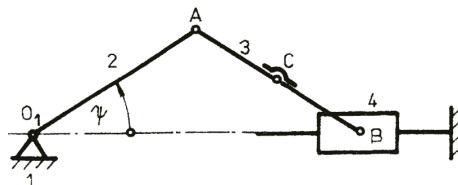


Zadání

Klika 2 délky $\overline{O_1A} = R$ rovinného centrického klikového mechanismu na obrázku vykonává rovnoměrný rotační pohyb okolo stálé osy rotace, která je kolmá na rovinu pohybu daného rovinného mechanismu a prochází bodem O_1 s otáčkami n_{21} . V okamžiku $t_0 = 0$ s splývá osa kliky 2 s osou x . Určete polohový vektor $\vec{r}$ bodu C ojnice v okamžiku t . Platí $\overline{AB} = 2R$ a $\overline{AC} = R$



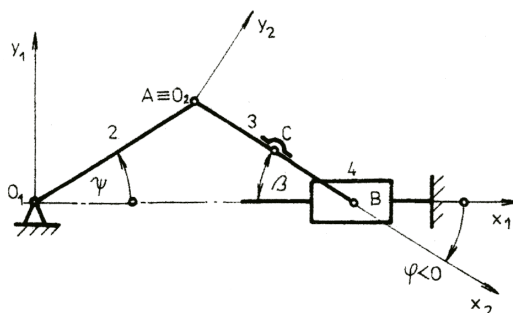
Řešení

Pro určení polohy bodu C se s klikou AB spojí souřadnicový systém s indexem 2. Počátek této souřadnicové soustavy je posunut do bodu A, tedy vzhledem k základní (index 1) o vektor

$$\mathbf{r}_1^A \equiv \overline{O_1A} = \begin{bmatrix} R \cos \psi \\ R \sin \psi \end{bmatrix}$$

a natočena o úhel φ , čemuž odpovídá transformační matice

$$\mathbf{C}_{21} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}$$



Zatímco polohu bodu C v základní souřadnicové soustavě ($\mathbf{r}_1^C$) zatím nelze jednoznačně určit, jeho poloha v souřadnicové soustavě s indexem 2 je

$$\mathbf{r}_2^C \equiv \overline{AC} = \begin{bmatrix} R \\ 0 \end{bmatrix}$$

Z té se pomocí transformační rovnice určí $\mathbf{r}_1^C$

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_1^C &= \mathbf{C}_{21} \mathbf{r}_2^C + \mathbf{r}_1^A \\ \mathbf{r}_1^C &= \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R \cos \psi \\ R \sin \psi \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Zatím nejsou známy úhly ψ a φ , proto je třeba je stanovit. Úhel ψ odpovídá rotaci kliky a je funkcí času

$$\psi = 2\pi n_{21}t$$

Úhel φ je totožný s úhlem β . Souřadná soustava se však otáčí v záporném smyslu, proto platí

$$\begin{aligned}\varphi &= -\beta \\ \mathbf{C}_{21} &= \begin{bmatrix} \cos(-\beta) & -\sin(-\beta) \\ \sin(-\beta) & \cos(-\beta) \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Z vlastností funkcí $\sin$ (lichá funkce) a $\cos$ (sudá funkce) lze provést úpravu

$$\mathbf{C}_{21} = \begin{bmatrix} \cos \beta & \sin \beta \\ -\sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix}$$

Sinus a kosinus úhlu β se určí z trojúhelníku $\triangle O_1AB$. Pro výšku v_A platí

$$\begin{aligned}v_A = \overline{O_1A} \sin \psi &= \overline{AB} \sin \beta \\ R \sin \psi &= 2R \sin \beta \\ \sin \beta &= \frac{1}{2} \sin \psi \\ \cos \beta &= \sqrt{1 - \sin^2 \beta} \\ \cos \beta &= \sqrt{1 - \frac{1}{4} \sin^2 \psi}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{r}_1^C &= \begin{bmatrix} \cos \beta & \sin \beta \\ -\sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R \cos \psi \\ R \sin \psi \end{bmatrix} \\ \mathbf{r}_1^C &= \begin{bmatrix} \sqrt{1 - \frac{1}{4} \sin^2 \psi} & \frac{1}{2} \sin \psi \\ -\frac{1}{2} \sin \psi & \sqrt{1 - \frac{1}{4} \sin^2 \psi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R \cos \psi \\ R \sin \psi \end{bmatrix} \\ \mathbf{r}_1^C &= \begin{bmatrix} R \sqrt{1 - \frac{1}{4} \sin^2 \psi} + R \cos \psi \\ -\frac{R}{2} \sin \psi + R \sin \psi \end{bmatrix} \\ \mathbf{r}_1^C &= R \begin{bmatrix} \sqrt{1 - \frac{1}{4} \sin^2 \psi} + \cos \psi \\ \frac{1}{2} \sin \psi \end{bmatrix} \\ \mathbf{r}_1^C &= R \begin{bmatrix} \sqrt{1 - \frac{1}{4} \sin^2 2\pi n_{21}t} + \cos 2\pi n_{21}t \\ \frac{1}{2} \sin 2\pi n_{21}t \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Polohový vektor bodu C pak je

$$\vec{r}^C = R \left[\vec{i} \left(\sqrt{1 - \frac{1}{4} \sin^2 2\pi n_{21}t} + \cos 2\pi n_{21}t \right) + \vec{j} \frac{1}{2} \sin 2\pi n_{21}t \right]$$