

Zadání

Setrvačnick se otáčí tak, že jeho úhlové zrychlení je dáno obecně rovnicí $\alpha = -0.001 \cdot \varphi^2$. Během kolika obrátek klesnou jeho otáčky ze 120 ot/min na 60 ot/min

Řešení

Při rotačním pohybu se podle soustavy SI úhlová rychlost měří v $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$, otáčky je tedy nejprve nutno převést:

$$\begin{aligned}\omega &= 2\pi f = 2\pi \frac{n}{60} = \frac{\pi n}{30} \\ \omega_1 &= \frac{\pi n_1}{30} = \frac{\pi \cdot 120}{30} = 4\pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \\ \omega_2 &= \frac{\pi n_2}{30} = \frac{\pi \cdot 60}{30} = 2\pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}\end{aligned}$$

Nejjednodušší způsob, jak vyřešit tento příklad, je použití vzorce pro určení zrychlení ze závislosti rychlosti na dráze:

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{\omega d\omega}{d\varphi} \\ -0.001 \cdot \varphi^2 &= \frac{\omega d\omega}{d\varphi} \\ -0.001 \cdot \varphi^2 d\varphi &= \omega d\omega \\ -0.001 \cdot \int_0^{\varphi_k} \varphi^2 d\varphi &= \int_{\omega_1}^{\omega_2} \omega d\omega \\ -0.001 \cdot \frac{\varphi_k^3}{3} &= \frac{\omega_2^2}{2} - \frac{\omega_1^2}{2} \\ \varphi_k^3 &= 1500 \cdot (\omega_1^2 - \omega_2^2) \\ \varphi_k &= \sqrt[3]{1500 \cdot (\omega_1^2 - \omega_2^2)} \\ \varphi_k &= \sqrt[3]{1500 \cdot [(4\pi)^2 - (2\pi)^2]} \\ \varphi_k &= 56.22 \text{ rad} = 8.95 \text{ ot}\end{aligned}$$