

Zadání

Jednou se hecoval jeden pilot formule s jezdcem, který závodil amatérsky mezi nadšenci tuningu, a vsadili se, jestli formule je schopná porazit jeho auto na trati dlouhé 2.5 km, i když dostane 15 sekund náskok. Auto dokáže zrychlit z 0 na 100 km/h za 5.56 sekundy a má maximální rychlost 180 km/h, formule zrychlí z 0 na 200 km/h za 4.63 sekundy a má maximální rychlost 360 km/h. Pilot si řekl, jasně, nemá šanci, a klidně nechal autu slíbený náskok. Filuta tuner ale v okamžiku, kdy formule odstartovala, pustil nitro a díky němu během 5 sekund zrychlil na 252 km/h, které držel až do cíle. Kdo vyhrál?

Pro zjednodušení se uvažuje pohyb auta i formule jako rovnoměrný nebo rovnoměrně zrychlený.

Řešení

Nejprve se převedou jednotky z textu na jednotky SI. Délka trati je 2500 m. Maximální rychlost auta bez nitra je 180 km/h, tedy 50 m/s a s nitrem 252 km/h, tedy 70 m/s. Maximální rychlost formule je 360 km/h, tedy 100 m/s.

Zrychlení se určí takto:

$$a = \frac{v_h}{3.6 \cdot t}$$

Zrychlení auta pak je 5 m/s² a zrychlení formule 12 m/s².

V dalším kroku se určí náskok, který získalo auto v době, kdy formule stála. Čas, během které dosáhlo maximální rychlosti je

$$t_{zA,1} = \frac{v_{mA,1}}{a_{A,1}} = \frac{50}{5} = 10 \text{ s}$$

Zbývajících 10 sekund jelo konstantní rychlostí 50 m/s. Ujetá dráha tedy byla

$$s_{A,1} = \frac{1}{2} \cdot a_{A,1} \cdot t_{zA,1}^2 + v_{mA,1} \cdot (t_N - t_{zA,1}) = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10^2 + 50 \cdot (15 - 10) = 500 \text{ m}$$

Dalších 5 sekund zrychlovalo na 70 m/s. Zrychlení v tomto úseku bylo

$$a_{A,2} = \frac{v_{mA,2} - v_{mA,1}}{t_{zA,2}} = \frac{70 - 50}{5} = 4 \text{ m/s}^2$$

Dráha, kterou auto urazí během zrychlování byla

$$s_{A,2} = \frac{1}{2} \cdot a_{A,2} \cdot t_{zA,2}^2 + v_{mA,1} \cdot t_{zA,2} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5^2 + 50 \cdot 5 = 300 \text{ m}$$

Zbývajících 1700 m jelo rychlostí 70 m/s. Čas, který mu to zabralo, je

$$t_{A,3} = \frac{s_{A,3}}{v_{mA,2}} = \frac{1700}{70} = 24.29 \text{ s}$$

Celkový čas, který auto strávilo na trati je

$$t_A = t_N + t_{zA,2} + t_{A,3} = 15 + 5 + 24.29 = 44.29 \text{ s}$$

Pohyb formule je jednodušší. Nejprve 15 sekund stála, poté zrychlovala na maximální rychlost a tou jela zbytek trati. Čas, který zrychlovala na maximální rychlost, je

$$t_{zF} = \frac{v_{mF}}{a_F} = \frac{100}{12} = 8.33 \text{ s}$$

Dráha, kterou přitom urazí je

$$s_{F,1} = \frac{1}{2} \cdot a_F \cdot t_{zF}^2 = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 8.33^2 = 416.67 \text{ m}$$

Zbývajících 2083.33 m jela rychlostí 100 m/s, trvalo jí to tedy

$$t_{F,2} = \frac{s_{F,2}}{v_{mF}} = \frac{2083.33}{100} = 20.83 \text{ s}$$

Čas formule tedy byl

$$t_F = t_N + t_{F,1} + t_{F,2} = 15 + 8.33 + 20.83 = 44.17 \text{ s}$$

Vyhrála tedy formule, ale bylo to těsně. :-)