

EXPERIMENTÁLNÍ MECHANIKA

Doc. Ing. Miloš Vlk, CSc.
Ing. Lubomír Houfek, Ph.D.
Ing. Pavel Hlavoň, Ph.D.
Ing. Petr Krejčí, Ph.D.
Ing. Vladimír Kotek
Ing. Jiří Klement

Brno, 2003

1.	EXPERIMENTÁLNÍ MECHANIKA JAKO VĚDNÍ OBOR.....	6
1.1	EXPERIMENTÁLNÍ MECHANIKA A ÚSPĚŠNOST VÝROBKŮ	6
1.2	Hlavní úkoly experimentální mechaniky	6
1.3	Uplatnění metod experimentální mechaniky	8
1.4	Charakteristické rysy soudobé experimentální mechaniky	8
1.5	Další očekávaný vývoj	9
1.6	Chyby v experimentálním modelování a jejich odstraňování.....	9
1.7	Experimentální mechanika v systému výchovy mladých inženýrů	10
2.	PŘEHLED VÝZNAMNĚJŠÍCH METOD EXPERIMENTÁLNÍ MECHANIKY	11
2.1	ELEKTRICKÉ METODY	11
2.1.1	<i>Zhodnocení elektrických metod.....</i>	<i>11</i>
2.1.2	<i>Snímače.....</i>	<i>11</i>
2.1.3	<i>Úprava a zpracování elektrického signálu.....</i>	<i>12</i>
2.2	OPTICKÉ METODY	13
2.2.1	<i>Úvod.....</i>	<i>13</i>
2.2.2	<i>Klasické optické metody.....</i>	<i>13</i>
2.2.3	<i>Holografie a holografická interferometrie.....</i>	<i>14</i>
2.2.4	<i>Metody koherenční zrnitosti.....</i>	<i>14</i>
2.2.5	<i>Závěr k optickým metodám</i>	<i>15</i>
2.3	KŘEHKÉ LAKY	15
2.4	RENTGENOGRAFIE.....	15
2.5	AKUSTICKÁ EMISE.....	16
2.6	ULTRAZVUKOVÉ METODY	16
2.7	TERMÁLNÍ EMISE.....	16
2.8	HYBRIDNÍ METODY (EXPERIMENTÁLNĚ-NUMERICKÉ METODY).....	16
2.9	LITERATURA	16
3.	CHYBY A NEJISTOTY MĚŘENÍ.....	18
3.1	VELIČINY A JEJICH HODNOTY	18
3.2	CHYBY V MĚŘENÍ	19
3.3	NEJISTOTY V MĚŘENÍ	20
3.3.1	<i>Úvod k nejistotám</i>	<i>20</i>
3.3.2	<i>Zdroje nejistot měření.....</i>	<i>21</i>
3.3.3	<i>Standardní a rozšířená nejistota</i>	<i>21</i>
3.3.3.1	<i>Poznámky</i>	<i>22</i>
3.3.4	<i>Přímé a nepřímé metody měření</i>	<i>22</i>
3.3.5	<i>Určení nejistot při přímém měření.....</i>	<i>23</i>
3.3.5.1	<i>Standardní nejistoty</i>	<i>23</i>
3.3.5.2	<i>Kombinovaná standardní nejistota.....</i>	<i>25</i>
3.3.5.3	<i>Rozšířená nejistota měření</i>	<i>25</i>
3.3.5.3.1	<i>Poznámka</i>	<i>25</i>
3.3.6	<i>Určení nejistot při nepřímém měření.....</i>	<i>26</i>
3.3.6.1	<i>Standardní nejistoty</i>	<i>26</i>
3.3.6.2	<i>Vyhodnocení standardní nejistoty výstupního odhadu metodou A</i>	<i>27</i>
3.3.6.3	<i>Vyhodnocení standardní nejistoty výstupního odhadu metodou B</i>	<i>27</i>
3.3.6.4	<i>Kombinovaná standardní nejistota</i>	<i>28</i>
3.3.6.5	<i>Rozšířená nejistota měření</i>	<i>28</i>
3.3.7	<i>Všeobecné zásady pro udávání odhadů a jejich nejistot.....</i>	<i>29</i>
3.4	LITERATURA	29
4.	NÁHODNÉ PROCESY	31
4.1	DRUHY PROCESŮ.....	31
4.2	FREKVENČNÍ ANALÝZA	32
4.2.1	<i>Fourierova řada.....</i>	<i>32</i>
4.2.2	<i>Fourierova transformace</i>	<i>33</i>
4.3	KLASIFIKACE NÁHODNÝCH PROCESŮ	34
4.3.1	<i>Charakteristiky souboru realizací.....</i>	<i>34</i>

4.3.2	Stacionární procesy	36
4.3.3	Ergodické procesy.....	36
4.4	CHARAKTERISTIKY ERGODICKÝCH PROCESŮ.....	37
4.4.1	Charakteristiky v časové oblasti	37
4.4.1.1	Hustota pravděpodobnosti	37
4.4.1.2	Časové hodnoty momentů.....	38
4.4.1.3	(Časová) autokorelační a autokovarianční funkce	40
4.4.2	Charakteristiky ve frekvenční oblasti.....	44
4.4.2.1	Výkonová spektrální hustota (VSH).....	44
4.4.2.1.1	Fyzikální představa VSH.....	44
4.4.2.1.2	VSH a periodogram.....	48
4.4.2.1.3	VSH a Fourierova transformace $R_{xx}(\tau)$	49
4.4.2.1.4	Různé způsoby prezentace spektra	49
4.4.2.2	Cepstrum.....	50
4.5	CHARAKTERISTIKY SYSTÉMU DVOU ERGODICKÝCH NÁHODNÝCH PROCESŮ.....	50
4.5.1	Vzájemná korelační a vzájemná kovarianční funkce	51
4.5.2	Vzájemná výkonová spektrální hustota.....	52
4.5.3	Koherenční funkce	53
4.5.4	Frekvenční přenos.....	53
4.6	NESTACIONÁRNÍ NÁHODNÉ PROCESY	54
4.7	LITERATURA	56
5.	ODPOROVÁ TENZOMETRIE	57
5.1	Z HISTORIE ODPOROVÉ TENZOMETRIE	57
5.1.1	Tenzometrie v ČR.....	58
5.1.2	Začátky tenzometrie u firmy HBM	59
5.2	ROZDĚLENÍ ODPOROVÝCH TENZOMETRŮ A JEJICH ZÁKLADNÍ CHARAKTERISTIKY	60
5.3	DRUHY ODPOROVÝCH TENZOMETRŮ	63
5.3.1	Délka měřicí mřížky	63
5.3.1.1	Homogenní pole napětí.....	63
5.3.1.2	Nehomogenní pole napětí	63
5.3.2	Vícenásobné tenzometry.....	64
5.3.2.1	Tenzometrické řetězce	64
5.3.2.2	Tenzometrické kříže a tenzometrické růžice.....	64
5.3.2.3	Tenzometrické růžice pro měření zbytkového napětí	65
5.3.3	Tenzometry pro speciální použití	66
5.3.3.1	Přivařovací tenzometry	66
5.3.3.2	Tenzometry s volnou mřížkou	66
5.3.3.3	Přivařovací vysokoteplotní tenzometry.....	67
5.3.4	Elektrický odpor.....	67
5.3.5	Použitelný teplotní rozsah.....	67
5.4	TECHNICKÉ CHARAKTERISTIKY ODPOROVÝCH TENZOMETRŮ	68
5.3.6	Deformační součinitel tenzometru	68
5.3.7	Příčná citlivost.....	68
5.4	ODEZVA TENZOMETRU NA ZMĚNU TEPLoty	69
5.4.1	Zdánlivá deformace	69
5.4.2	Teplotně samokompenzované tenzometry	70
5.4.3	Teplotní drift	72
5.5	MEZNÍ PODMÍNKY PŘI STATICKÉ DEFORMACI.....	72
5.6	MEZNÍ PODMÍNKY PŘI DYNAMICKÉM NAMÁHÁNÍ	73
5.7	ÚNAVA TENZOMETRU	73
5.8	MEZNÍ FREKVENCE.....	73
5.9	NAPÁJECÍ NAPĚTÍ	74
5.10	CREEP.....	74
5.11	HYSTEREZE	75
5.12	Vliv provozních podmínek na vlastnosti tenzometrů	75
5.12.1	Vlhkost	76
5.12.2	Hydrostatický tlak.....	76
5.12.3	Radioaktivní záření.....	76
5.12.4	Vliv magnetického pole.....	77
5.13	INSTALACE ODPOROVÝCH TENZOMETRŮ	77
5.13.1	Příprava plochy k lepení.....	77

5.13.1.1	Příprava kovových ploch	77
5.13.1.2	Příprava nekovových ploch.....	79
5.13.2	<i>Používané techniky lepení.....</i>	<i>80</i>
5.13.2.1	Dvousložkové rychle tuhnutí lepidlo X60.....	80
5.13.2.2	Jednosložkové rychle tuhnutí lepidlo Z70.....	82
5.13.3	<i>Ochrana proti vnějším vlivům.....</i>	<i>84</i>
5.13.4	<i>Kontrola instalovaných tenzometrů.....</i>	<i>86</i>
5.14	PROBLEMATIKA ZAPOJOVÁNÍ TENZOMETRŮ.....	87
5.14.1	<i>Úvod.....</i>	<i>87</i>
5.14.2	<i>Můstkové zapojení - Wheatstonův můstek:.....</i>	<i>87</i>
5.14.3	<i>Způsoby zapojení tenzometrů do můstku.....</i>	<i>91</i>
5.14.4	<i>Shrnutí uvedených poznatků.....</i>	<i>93</i>
5.15	KOMPENZACE VLIVU TEPLoty NA ODPOROVOU ODEZVU TENZOMETRU.....	94
5.15.1	<i>Korigování zdánlivé deformace.....</i>	<i>95</i>
	VLIV PŘÍVODNÍCH KABELŮ	97
5.16	PŘÍSTROJOVÁ TECHNIKA PRO TENZOMETRICKÁ MĚŘENÍ.....	98
5.16.1	<i>Analogová technika.....</i>	<i>98</i>
5.16.1.1	Střídavé a stejnosměrné napájení můstku	99
5.16.1.2	Napájení můstku, šestivodičové (pětivodičové) zapojení	99
5.16.1.3	Vstupní obvody, nulování.....	100
5.16.1.4	Demodulace, filtrace signálu, výstupní obvody	100
5.16.1.5	Aparatury pro dynamická měření, přepínací ústředny pro statická měření	101
5.16.2	<i>Digitální technika.....</i>	<i>101</i>
5.16.2.1	Digitalizace, změna blokového schématu měřicího zesilovače.....	101
5.16.2.2	Digitální rozhraní.....	103
5.16.2.3	Použití PC v měřicí technice.....	104
5.17	ZPŮSOBY ZAPOJENÍ TENZOMETRŮ (PRO JEDNOTLIVÁ MECHANICKÁ NAMÁHÁNÍ).....	105
5.17.1	<i>Tažený prut.....</i>	<i>105</i>
5.17.1.1	Zapojení tenzometrů.....	106
5.17.2	<i>Ohýbaný prut.....</i>	<i>108</i>
5.17.2.1	Zapojení tenzometrů.....	109
5.17.3	<i>Krut.....</i>	<i>110</i>
5.17.3.1	Zapojení tenzometrů.....	111
5.17.4	<i>Smykové namáhání.....</i>	<i>112</i>
5.17.4.1	Zapojení tenzometrů.....	113
5.17.4.2	Tenzometr měřící přímo hlavní napětí.....	115
5.17.5	<i>Rovinná napjatost s neznámými směry hlavních napětí.....</i>	<i>116</i>
5.17.6	<i>Rovinná napjatost se známými směry hlavních napětí.....</i>	<i>117</i>
5.18	LITERATURA.....	118
6.	EXPERIMENTÁLNÍ URČOVÁNÍ ZBYTKOVÝCH NAPĚTÍ.....	119
6.1	ÚVOD DO PROBLEMATIKY EXPERIMENTÁLNÍHO URČOVÁNÍ ZBYTKOVÝCH NAPĚTÍ.....	119
6.1.1	<i>Zbytková napětí – vymezení pojmu, jejich význam pro praxi.....</i>	<i>119</i>
6.1.2	<i>Klasifikace zbytkových napětí.....</i>	<i>120</i>
6.1.3	<i>Přehled experimentálních metod pro měření zbytkových napětí.....</i>	<i>122</i>
6.2	MECHANICKÉ METODY.....	123
6.2.1	<i>Odvrtávací metoda.....</i>	<i>123</i>
6.2.1.1	Úvod.....	123
6.2.1.2	Homogenní napjatost po tloušťce.....	124
6.2.1.2.1	Základní vztahy.....	124
6.2.1.2.2	Určení kalibračních koeficientů pro slepý otvor.....	129
6.2.1.3	Nehomogenní napjatost po tloušťce.....	129
6.2.1.4	Zhodnocení odvrtávací metody.....	132
6.2.2	<i>Metoda sloupku.....</i>	<i>132</i>
6.2.3	<i>Metody odstraňování vrstvy materiálu.....</i>	<i>133</i>
6.2.4	<i>Dělicí metody.....</i>	<i>134</i>
6.3	RENTGENOGRAFICKÁ DIFRAKČNÍ METODA.....	134
6.3.1	Úvod.....	134
6.3.2	<i>Rozptyl rtg. paprsků atomy.....</i>	<i>135</i>
6.3.3	<i>Základní vztahy.....</i>	<i>137</i>
6.3.4	<i>Metody měření zbytkových napětí.....</i>	<i>139</i>
6.3.5	<i>Zhodnocení rentgenografické metody.....</i>	<i>140</i>
6.4	MAGNETICKÉ METODY.....	141

6.4.1	Úvod.....	141
6.4.2	Barkhausenův šum	141
6.4.2.1	Přístroj STRESSCAN.....	142
6.4.3	Magnetostrikční metoda.....	143
6.5	ULTRAZVUKOVÉ (AKUSTOELASTICKÉ) METODY	144
6.6	POROVNÁNÍ METOD.....	145
6.7	LITERATURA	147

1. EXPERIMENTÁLNÍ MECHANIKA JAKO VĚDNÍ OBOR

1.1 Experimentální mechanika a úspěšnost výrobků

Zdařilé uplatnění výrobku na náročných světových trzích, kde většinou výrazně převyšuje nabídka nad poptávkou, je podmíněno – vedle jeho dostupnosti a ceny – jeho vysokou technickou úrovní a jakostí. Dosažení tohoto cíle nezbytně vyžaduje koordinované a systematické zajištění řady procesů a činností vedoucích k výrobkům s vysokou přidanou hodnotou a rovněž ovlivňujících jakost ve všech etapách životního cyklu výrobku (výzkum, vývoj, výroba, užívání, rekonstrukce, likvidace atp.). Z užitných vlastností, které projektant, konstruktér, výpočtář nejvýznamněji ovlivní svým konáním, to pak je hlavně spolehlivost (míněna v širším slova smyslu), zahrnující především bezporuchovost, bezpečnost a životnost. Podle úrovně svých znalostí, schopností, možností a celé řady dalších faktorů ovlivňujících jejich činnost pak tyto pracovníci „vdechnou“ výrobku jistou míru apriorní (inherentní) spolehlivosti. Zdařilost tohoto procesu je značnou měrou ovlivněna mírou a kvalitou uplatněných experimentálních prací v souvislosti s řešením problémů mechaniky těles při navrhování a posuzování daného výrobku.

Nežřídka je však možno se setkat s námitkami a pochybnostmi o užitečnosti a přínosnosti experimentu. Je nesporné, že náklady související s touto činností nejsou většinou zanedbatelné. Kvalitní lidská práce, investice (měřicí a pomocné přístroje, počítače, software aj.), spotřební materiál, režie (administrativa, budovy, energie aj.), odborná příprava pracovníků, zajišťování potřebných informací – to vše něco stojí. Připomeňme si ale v této souvislosti známou pravdu: „není nic dražšího než nespolehlivé a nepřesné údaje“. Co můžeme ale položit na stranu přínosů? Souhrnně je možno říci, že to jsou:

- zvýšená jakost, promítající se ve vyšší bezporuchovosti, snížených nákladech na záruční opravy, běžné opravy a náhradní díly,
- delší doba života,
- zvýšená důvěra zákazníků (odběratelů),
- zvýšená přitažlivosti výrobku.
- nižší hmotnost efektivněji navržené konstrukce,
- menší problémy s vyhověním požadavků legislativy (norem, předpisů aj.) na výrobek (viz zákoník Hamurabiho 18.stol. př. Kr.: zřítí-li se dům a usmrtí majitele, stavitel bude usmrčen),

Výše nákladů se objeví v ekonomické rozvaze – shora uvedené přínosy však nikoliv (nelze je – nebo snad velmi obtížně – vyjádřit v penězích); proto také nemusí být známé vyššímu managementu. To potom u něho leckdy vede k názoru, že experimentální oddělení jsou neproduktivním oddělením.

1.2 Hlavní úkoly experimentální mechaniky

Zde se zaměříme pouze na problematiku související s mechanikou těles, kde se jedná o následující okruhy problémů:

1. Získání vstupních dat pro výpočtové modelování.

Jedním ze základních podkladů pro dimenzování a posuzování je znalost provozních podmínek - především velikostí a časových průběhů zatížení působících na konstrukci v průběhu jejího provozu. Pomocí soudobé měřicí techniky lze příslušná vyšetřování uskutečňovat nejen u konstrukcí namáhaných staticky, ale i dynamicky s vysokými

frekvencemi a získané hodnoty dále analyzovat. Zvláště významné to je u konstrukcí se stochastickým charakterem napěťově deformační odezvy, kde s pomocí počítače, jako integrální součástí měřicího a vyhodnocovacího řetězce je tato analýza oproti nedávné minulosti již běžnou samozřejmostí. Komplexní vyšetřování na složité konstrukci v provozu však není ani jednoduchou ani lacinou záležitostí. Výsledky jsou však neocenitelné pro návrh dalších stejných nebo obdobných zařízení.

Další nenahraditelnou rolí experimentu je získávání potřebných materiálových dat. Je třeba si v této souvislosti uvědomit, že účinnost výpočtového modelování závisí na kvalitě vstupních dat. Metoda konečných prvků se svými možnostmi podrobnější a přesnější analýzy napětí a deformací, s možnostmi řešení komplexních a optimalizačních úloh tak zdůrazňuje význam experimentu. Kvalita experimentu se tak stává jedním z limitujících faktorů využití MKP.

V průběhu času je zde možno pozorovat jisté změny – zvětšuje se počet dat, požaduje se jejich vyšší přesnost.

a) Ověřování výsledků výpočtového modelování

Při návrhu nového typu (nebo i při významnějších úpravách stávajícího typu) konstrukce je též nutná vzájemná vazba mezi výpočtovým a experimentálním modelováním. Vhodnost konstrukce pro daný účel by sice též bylo možné ověřit až při zkouškách prototypu stroje; tento postup však není účelný zvláště u složitých, drahých a mnohdy unikátních zařízení nebo dokonce u zařízení, u nichž by případná porucha znamenala ohrožení zdraví nebo dokonce života lidí. Experimentálním modelováním pak je možno

- ověřit si výpočtovou teorii v její podstatě. Zde je třeba co nejpečlivěji skloubit předpoklady teorie, provedení modelu a jeho zatěžování tak, aby byl zajištěn předpokládaný charakter vazeb;
- ověřit si výstižnost výpočtového modelování pro dané technické provedení a zjistit odchylky mezi výpočtem a měřením vlivem skutečného provedení spojů, výztuh, prostorového účinku nevyjádřeného ve výpočtu, vliv výrobních nepřesností apod. Model nám umožňuje vzájemné porovnání různých konstrukčních variant řešení, úprav detailů, systémů spojování aj. Lze na něm určit celkový účinek zatížení, kdy neplatí spolehlivě princip superpozice. Experimentálním modelováním též lze získat představu o budoucím chování konstrukce za jinak nepřipustných - např. havarijních - stavů;

Experimentální vyšetřování na skutečné konstrukci se pak uskutečňuje pro ověření její spolehlivosti, pro určení lokálních namáhání, koncentrací napětí, vlastních frekvencí a tvarů kmitů, vlivu vůlí ve vazbách, vlivu způsobu obsluhy stroje, zatížení a chování stroje v provozních podmínkách. Obvykle se tak zjistí celkový účinek mnoha vlivů – např. včetně účinku montážních napětí, vlastní tíhy ap. – mnohdy s obtížnou nebo nepřesnou možností jejich separace.

Jednoznačně tak lze odmítnout představy, že vznik a dostatečný rozvoj metody konečných prvků vyřeší všechny problémy. Je třeba chápat výpočtové a experimentální modelování v jejich integrální jednotě.

b) Náhrada výpočtu

Získat podklady pro dimenzování a posuzování konstrukce, jejíž výpočtové modelování je neúměrně obtížné, zdlouhavé nebo vůbec nemožné. Význam modelové analýzy v tomto případě zužuje – s výjimkou problematiky únavové životnosti dílců a konstrukcí.

c) Monitorování a diagnostika

U náročných a důležitých konstrukcí by měl být požadavek jejich komplexního experimentálního vyšetření při uvádění do provozu naprostou samozřejmostí. Avšak i později

– za provozu – podle povahy konstrukce, charakteru a velikosti namáhání v nebezpečných místech, je možno pomocí provozních analyzátorů sledovat toto namáhání nebo dokonce vzniklá poškození, signalizovat obsluze případná přetížení, registrovat je (pasivní systémy) a případně i zařízení samočinně odstavit z provozu (aktivní systémy). Cílevědomé monitorování konstrukce dovolí potom identifikaci jejího zatížení a dynamických vlastností. Výpočtový model konstrukce je tak integrován do procesu experimentu.

d) Získávání nových poznatků

Konečně metody experimentální mechaniky jsou též účinným prostředkem při poznávání probíhajících procesů, k získání poznatků a objevení nových zákonitostí, které pak mohou být účinně uplatněny při budoucím navrhování mechanických soustav. Chápat experimentální mechaniku jako pouhou ověřovatelku výsledků získaných jinými metodami nebo hospodárnější řešitelku jiných předepsaných úloh by byla tedy zúžená představa o její úloze.

Uvedené problémy se tedy objevují ve všech etapách života výrobku – v průběhu výzkumu, vývoje, výroby, montáže, dopravy, užití a případné rekonstrukce. Souvisejí tak s celou řadou dalších oborů – řízením jakosti, kontrolou výrobních procesů, zkoušením materiálu, analýzou poškození, expertními systémy aj.

1.3 Uplatnění metod experimentální mechaniky

V současné době se oblast využití experimentální mechaniky rozšiřuje do dalších oblastí zájmu jako jsou:

- lomová mechanika
- biomechanika
- kompozitní materiály
- modální analýza
- zbytková napjatost
- experiment jako součást výrobního procesu
- diagnostika technických objektů
- experiment v systému zajišťování jakosti výrobků

Mnohdy specifické podmínky a problémy jsou zde řešitelné pouze s využitím nových přístupů a metod a to především optických.

1.4 Charakteristické rysy soudobé experimentální mechaniky

Při jejich vymezení je možno uvést, že v dnešní době :

- setrvává význam „klasických“ metod experimentální mechaniky (s některými výjimkami jako je např. transmisní fotoelasticimetrie),
- dochází nejen k renesanci, ale k výraznému rozvoji optických metod, které se stávají jedinečnými pro řešení některých problémů,
- experiment je:
 - automatizovaný,
 - počítačem podporovaný,
 - interaktivně řízený,
 - systémově orientovaný,

- vzrůstají požadavky na programové vybavení – na jeho spolehlivost, otevřenost, vyváženost mezi jeho univerzálností nebo speciálností.

Neustále se rozrůstající a stále bohatěji vybavené měřicí systémy s využitím výpočetní techniky sebou přinášejí jisté nebezpečí: přes efektně vyhlížející barevné grafy a výsledky vypočtené téměř okamžitě na pět desetinných míst nemusí být postřehnuto, že došlo třeba k záměně měřených míst nebo že je měřeno v chybných jednotkách.

1.5 Další očekávaný vývoj

Charakteristika dalšího rozvoje a vývoje experimentálních metod není jednoduchou záležitostí. Vždyť jejich dnešní stav je do značné míry výsledkem včerejších teorií a ty opět výsledkem předvčerejších potřeb. Zítřejší metody nebudou extrapolací dnešních, budou využívat principů dnes ještě neobjevených.

V celkovém pohledu se ukazuje, že pronikavý rozvoj zaznamenávají optické metody. Nové podněty nabízejí rovněž metody jako je např. akustická emise. Elektrické metody si udržují a zřejmě i zvýrazní svůj význam. Naproti tomu metody založené na magnetickém principu postrádají zatím možnost dostatečně jemného měření změn v magnetickém poli.

1.6 Chyby v experimentálním modelování a jejich odstraňování

Významnými zdroji chyb v experimentálním modelování může být:

- nedocení nebo dokonce opomíjení některých činností v rámci experimentu (např. jeho plánování, statistické zpracování, posouzení),
- nedocení významu experimentu ve výpočtovém modelování a tím i v řešení inženýrských problémů,
- nedostatečná provázanost teoretického a experimentálního řešení,

Nelze ale přehlížet i další skutečnosti:

- experiment nesmí být samoúčelný (svádí k tomu rostoucí složitost přístrojů a stále hlubší specializace). Cílem není pouze poznat napjatost, ale především ji správně vyložit;
- je nutno mít představu o napjatosti, kterou vyšetřujeme. Bez předběžných znalostí očekávaných průběhů napjatosti se můžeme snadno dopustit zásadních chyb. Např. – u tlakových nádob (kde je membránové a ohybové napětí) se může stát, že na vnějším povrchu změříme jejich rozdíl, který bude malý; na vnitřním povrchu (kde třeba může být problematické měření s ohledem na tlakovém prostředí) může součet těchto složek překročit přípustnou hodnotu. Jindy se můžeme dopustit i velkých chyb neuvážením gradientu napětí při použití tenzometru s velkou základnou.
- časté chyby vznikají při nesprávném modelování provozních nebo okrajových podmínek při modelovém výzkumu. Zanedbáním nebo nesprávným výkladem účinku smykového tření, chybným užitím principu superpozice u soustav s vůlemi nebo s plastickými deformacemi, chybnou představou o vzájemném silovém působení v soustavě těles nebo zkrácením okrajových podmínek můžeme výsledky experimentu zcela znehodnotit. (tak např. excentricita osově síly v taženém prutu o velikosti rovné pouhé desetině poloměru způsobí jednostranný vzrůst napětí o cca 40 %). Všeobecně se velmi obtížně experimentálně modelují prosté případy namáhání;

Nestačí proto pouhá experimentální rutina. Úspěšný pracovník v experimentální mechanice musí mít solidní znalosti z mechaniky, pružnosti a pevnosti, musí dobře znát mechanické vlastnosti konstrukčních materiálů za různých provozních podmínek. Využitím

těchto znalostí, zkušeností a pečlivou prací pak minimalizuje možnost vzniku hrubých chyb při návrhu a realizaci experimentu. Měl by mít vždy jasnou představu o tom, na jaké otázky má dát jeho výzkum odpověď. To mu dovolí efektivněji pracovat. Samotné velké množství naměřených dat není účelem.

1.7 Experimentální mechanika v systému výchovy mladých inženýrů

Z uvedeného je nesporně zřejmá důležitost experimentální mechaniky a tedy i potřeba kvalitní odborné přípravy absolventů našich vysokých škol v této oblasti. Současný stav je možno v tomto směru hodnotit ne zcela uspokojivý. V rámci základního studia je většinou (vzhledem k vysokým počtům studentů a malé „průchodnosti“ laboratoří) možno poskytnout pouze stručné informace o experimentální mechanice a jejích možnostech. Lepší situace existuje při studiu některých specializací, majících zařazeny předměty zahrnující tuto (nebo velmi příbuznou a související) problematiku. Ani zde se však nezdá být ze strany některých kateder dostatečně oceněna úloha a důležitost experimentální mechaniky. Při objektivním hodnocení jsou zřejmě nejlepší podmínky vytvářeny v rámci specializací Aplikovaná mechanika na strojních fakultách. Rovněž tak v rámci doktorandského studia bývá problematice technického experimentu věnována patřičná pozornost.

Požadavky na zlepšení tohoto stavu by neměly zůstat nevyslyšeny. Vždyť moderního specialisty v oblasti experimentální mechaniky je možno přirovnat k lékaři: zřídka kdy ho lidé navštěvují pouze pro svoje osobní potěšení – k lékaři obvykle přicházejí, až se necítí dobře. Podobně jsou na tom specialisté v oblasti analýzy napětí a mezních stavů: nejčastěji jsou povoláváni ke konstrukci, až když je nebezpečí jejího selhání. Právě tak jako lékaři musí i oni stanovit diagnózu. Není zde však cílem třeba polepit celou konstrukci odporovými tenzometry. Je třeba posoudit celý mechanismus jejího chování, správně odhadnout, kde je chyba a vyřešit příčiny potíží. Dobří lékaři i dobří pracovníci v experimentální mechanice musejí vycházet z podobného intelektuálního zázemí - z hlubokého vědeckého poznání vzájemných vztahů buď v živém organismu nebo v neživé konstrukci. A musejí rovněž svoje odborné znalosti v souladu s rozvojem poznání neustále rozšiřovat a zdokonalovat.

Kvalita této přípravy je však též ve značné míře závislá na stupni vybavenosti a kvalitativní úrovni školních laboratoří. Účinnou pomocí je v tomto směru úzká spolupráce zastoupení některých světových firem s našimi ústavami a katedrami.

2. PŘEHLED VÝZNAMNĚJŠÍCH METOD EXPERIMENTÁLNÍ MECHANIKY

Oblastí zájmu je zde především vyšetřování velikostí přetvoření, napětí, posunutí, parametrů pohybu a s tím souvisejícím silovým působením (síly, tlaky, kroutící momenty). Největšího uplatnění dosahují v současné době hlavně elektrické metody a rozmanité metody optické; těm je také v tomto příspěvku věnována největší pozornost. Zbývající metody budou charakterizovány pouze heslovitě.

2.1 Elektrické metody

2.1.1 Zhodnocení elektrických metod

Jejich přednosti jsou nesporné: je to vysoká přesnost, citlivost a rychlost měření i na vysokém počtu sledovaných míst, možnost výstupního signálu v analogové formě (ovládání dalších prvků) nebo v digitální formě (snadná registrace a další zpracování výsledků). To vše je ovšem spojeno s vyššími investičními a provozními náklady na měřicí soupravu a vyššími kvalifikačními požadavky na obsluhující personál.

2.1.2 Snímače

V současné době se můžeme setkat se snímači několika generací.

Snímače I. generace využívají základní fyzikální jevy a principy. Jejich vývoj je v podstatě ukončen. Výjimečně se setkáváme s novými technologiemi, konstrukcemi nebo dokonce novými fyzikálními jevy.

Za snímače II. generace jsou považovány polovodičové snímače; jejich nástup začal kolem roku 1950. Vyznačují se vyšší citlivostí, přesností a miniaturními rozměry. Sériově se vyrábějí integrované snímače tlaku, síly apod. Používají se CCD snímače obrazové informace pro viditelnou, infračervenou a ultrafialovou oblast. Vývoj této generace není ukončen.

Snímače III. generace jsou snímače světlovodné. Na rozdíl od předchozích dvou generací (kde se pracuje na výstupu s elektrickým signálem) je zde výstupním signálem světelný tok. Využití světlovodů k přenosu signálu sebou přináší některé výhody, jimiž jsou především možnost přenosu signálu na větší vzdálenost, velká šířka přenášeného pásma a odstranění problémů s rušením elektrickými a magnetickými poli. Snímače tohoto typu mohou mít výrazně vyšší citlivost a podstatně menší rozměry než snímače předchozích generací.

Zdáleka ne pouze ojediněle se dnes setkáme s inteligentními snímači (Smart Sensors) v nichž je vlastní čidlo snímače v jednom kompaktním celku s obvody pro zpracování, analýzu a unifikaci signálu. Polovodičovým inteligentním snímačem poslední generace je mikroelektronický snímač s integrací měřicího řetězce na jediném čipu.

Současné zavádění biologických principů do denní praxe, a to nejen v biomechanice, nás velice brzo postaví před používání biosenzorů, které jsou představovány kombinací biologických a fyzikálních elementů. To zřejmě povede k vytvoření snímačů IV. generace.

Největšího rozšíření doznaly snímače odporové; z nich potom – především pro účely experimentální analýzy napjatosti – odporové tenzometry kovové, zatímco tenzometry polovodičové našly svoje uplatnění především při konstrukci siloměrů. Výrobní programy světových výrobců kovových odporových tenzometrů nabízejí jejich široké spektrum splňující rozmanité požadavky uživatelů zaměřené na možnost měření:

- jak lokálních špiček napětí v místech jejich koncentrace tak příslušných gradientů napětí (tenzometrické řetězce), ale též měření průměrných hodnot napětí na nehomogenních materiálech. Tomu odpovídá rozpětí měrných délek tenzometrů od 0,5 mm do 150 mm;
- v jednom směru, ve dvou směrech (tenzometrické kříže) – při známých směrech hlavních napětí, ve třech směrech (tenzometrické růžice) – při neznámých směrech hlavních napětí, případně ve více směrech (v některých zvláštních případech – např. pro zpřesnění naměřených výsledků, při snaze o vystižení nehomogenní napjatosti na povrchu apod.), nebo konečně speciální snímače – např. pro měření membránových napětí na tělesech typu deska, pro možnost měření v silném magnetickém poli, pro měření zbytkových napětí odvrtávací metodou nebo metodou sloupku, v siloměrech nebo snímačích krouticího momentu;
- různých velikostí délkových přetvoření a to jak při statických namáháních (běžně do 2 až $3 \cdot 10^{-2}$ m/m, speciální tenzometry do cca $10 \cdot 10^{-2}$ m/m) tak při cyklických namáháních, kdy dochází i u tenzometru k jeho únavovému poškození;
- při teplotách obvyklých, nízkých (-200°C) nebo vysokých – podle materiálu podložky tenzometru (nebo bez podložky – s volnou mřížkou) a technologie jeho aplikace (lepením, přivařením – do cca $250\text{-}300^{\circ}\text{C}$, s volnou mřížkou do cca 900°C). Obvyklé přivařovací tenzometry jsou použitelné do cca $250\text{-}300^{\circ}\text{C}$, speciální pak i do 650°C (ovšem za cenu podstatně vyšší). Problémy teplotní kompenzace (v jistém rozmezí teplot) odpadají při použití samokompenzovaných tenzometrů;
- i za působení radioaktivního záření (především toku neutronů).

Vzhledově jsou odporovým tenzometrům podobné snímače teplot, snímače pro sledování růstu únavového poškození (tzv. snímače únavové životnosti), snímače pro indikaci vzniku trhlin a snímače pro sledování růstu těchto trhlin.

Využití odporových kovových tenzometrů je jak v oblasti experimentální analýzy napětí, tak v výrobě různých snímačů – sil, tlaků, kroutících momentů.

Polovodičové tenzometry mají sice až o dva řády vyšší citlivost, avšak především vzhledem ke svým specifikám (křehkost vlastního prvku, tepelná závislost, vyšší cena) jsou využívány prakticky pouze k výrobě snímačů.

Indukčnostní a kapacitní druhy snímačů se uplatňují především u průtahoměrů (pro měření malých deformačních posuvů), některých siloměrů a při měření posuvů a polohy.

Doménou piezoelektrických snímačů je především oblast měření zrychlení (kdy v důsledku jejich nízké hmotnosti dochází k minimálnímu ovlivnění vyšetřovaného objektu) a u snímačů tlaku za extrémních podmínek (jako jsou ve válcích spalovacích motorů apod.).

2.1.3 Úprava a zpracování elektrického signálu

Nástup číslicové techniky do praxe též výrazně ovlivnil konstrukci aparatur pro úpravu a zpracování signálu. Se zvyšující se přesností a rychlostí A/D převodníků a jejich miniaturizací se posouvalo analogově-digitální rozhraní od výstupu měřicího zesilovače až těsně za vstupní zesilovač a číslicová technika pak postupně přebírala funkce realizované dříve analogovými obvody. Podmiňujícím momentem byla také miniaturizace výpočetní techniky do jednodeskových a později do jednočipových mikropočítačů, které je nyní možno namontovat do těsné blízkosti analogových obvodů se kterými spolupracují, řídí jejich funkci, nastavují a ukládají jejich parametry. Není potom problém uložit do paměti mikropočítače třeba stovítky ústředny odlišné konfigurace měřené cesty pro každé jednotlivé měřené místo. Rychlost mikropočítačů umožňuje uskutečnění většiny základních zpracování signálů v reálném čase. Tak je možno okamžitě po skončení měření posoudit výsledky a reagovat na případné nesrovnalosti.

Současné převodníky pokrývají díky svému vysokému rozlišení celý měřicí rozsah snímačů bez dříve nutného přepínání citlivosti vstupního zesilovače. Pokud je požadován

výstup měřicího řetězce opět v analogové formě (což při číslicovém zpracování ztrácí na významu), jsou k dispozici stejně kvalitní D/A převodníky.

Firmy nabízející číslicovou měřicí techniku většinou také dodávají programové vybavení pro měření s těmito přístroji pomocí PC. To umožní přes určité rozhraní nastavit parametry měřicí ústředny, spustit měření a jeho výsledky většinou uložit na diskovou jednotku PC v dohodnutém formátu tak, aby bylo bezproblémové následné zpracování. Řada takových firemních programů obsahuje i knihovnu matematických a grafických prostředků pro zpracování a prezentaci výsledků.

Jiný přístup volila firma National Instruments, která vytváří pomocí programového prostředí LabView virtuální měřicí a vyhodnocovací řetězec spojováním vstupů a výstupů bloků představujících jednotlivé měřicí, výpočetní a prezentační moduly v grafické formě.

2.2 Optické metody

[Hrabovský, 40. mezinárodní konference „Experimentální analýza napětí“, Praha 2002]

2.2.1 Úvod

Interferenční a difrakční jevy světelných elektromagnetických vln jsou v optice již letitým fenoménem, který inspiruje generace optiků, fyziků a techniků k novým přístupům popisu těchto jevů a s rozvojem techniky i novým, mnohdy netradičním, aplikacím v řadě přírodovědných a technických oborů, zejména pak v mechanice.

Klasická optika popisuje interferenční a difrakční jevy pomocí pojmů ideálně koherentních a ideálně nekoherentních světelných svazků, nověji potom pomocí pojmu částečně koherentních světelných svazků. Superpozice ideálně koherentních nebo částečně koherentních světelných svazků dovoluje pozorovat, například na stínítku, interferenční obrazec, ve druhém případě však s kontrastem interferenčních proužků menším, než je kontrast interferenčních proužků vytvořených koherentními svazky. U interferenčního obrazu požadujeme zpravidla časovou stacionárnost a stejnou frekvenci interferujících svazků, což lze poměrně jednoduše zajistit požadavkem jednoho primárního koherentního zdroje záření. V případě užití nekoherentních světelných svazků je interferenční obraz nepozorovatelný; lze však pozorovat, a tedy i technicky využívat, jevy plynoucí ze superpozice těchto, většinou intenzitních, světelných polí.

Obecně, velkému množství optických interferenčních metod a jejich technických variant provedení, s důrazem na využití v mechanice, snad nejlépe vyhovuje dělení podle fyzikálního principu, které také poměrně dobře vystihuje i jejich historický vývoj.

2.2.2 Klasické optické metody

Období před objevením fenomenálního zdroje koherentního záření – laseru, tedy zdroje záření s do té doby nemyslitelnými parametry, byla charakterizována následujícími skupinami metod.

a) Optické interferometry

Klasické optické interferometry jsou zpravidla děleny na:

- dvousvazkové, např. interferometr Michelsonův, Machův-Zehnderův, Sagnacův aj. Z těchto základních typů jsou dále odvozeny různé technické varianty interferometrů a to podle četných účelů jejich užití,
- mnohasvazkové,
- heterodynní,

- jiné: do této skupiny zahrnujeme buď interferometry klasické, do jisté míry zvláštního typu (např. Newtonův interferometr aj.) nebo interferometry vyvinuté později (např. laserový interferenční anemometr, známý pod názvem LDA aj.)
- b) Stereometrické a stereofotogrametrické metody, určené pro měření křivosti, deformace, napětí apod.
 - c) Moiré, respektive v dělení na metody moiré a na metody projekční moiré,
 - d) Fotoelasticimetrie (transmisní, reflexní)

Předchozí metody využívají principu superpozice interagujících vln nebo jiných jevů (polarizace aj.), tedy principů nevyžadujících vždy striktně zdroje světla s dobrou koherencí. Především metody klasické optické interferometrie byly závislé na využití tehdy dostupných tzv. monochromatických zdrojů světla, avšak z jejich principu (s velmi malým stupněm koherence) byl poměrně jednoznačně vymezen rozsah jejich užití. Přesto lze v tomto období vysledovat uplatnění této skupiny metod v rozsahu a kvalitě špičkové, a to i z dnešního pohledu. Objev laseru a jeho technické uplatnění v měření přineslo renesanci i do těchto metod, respektive v kombinaci s metodickými přístupy později objevených metod (např. holografie) a uplatněním nových optoelektronických prvků, výpočetní techniky a matematických algoritmů vyhodnocování naměřených výsledků přineslo nové, především kvalitou, ale i kvantitou, aplikace. Metody převážně (z různých důvodů) kvalitativní nebo omezené v jejich využití dostupnou metodikou, respektive pracností při vyhodnocování, byly následně (a doposud tento trend pokračuje) významně zlepšovány a aplikovány do nečekané kvality, a to i přes známé trendy v mechanice spojené s rozvojem aplikací numerických metod.

Následující metody jsou již založeny výhradně na principu interferometrie koherentních nebo kvazikoherentních optických vln.

2.2.3 Holografie a holografická interferometrie

Mnohé známé způsoby dělení holografie a holografické interferometrie vesměs vycházejí ze dvou základních postupů užití této metody. Jsou to *metoda v reálném čase* a *metoda dvojexpozice*. Na jejich principu jsou založeny další, již speciálněji užitelné základní metody, *metoda time-average*, *metoda stroboskopická*, *metoda hyperbolická* aj.

Holografie, tato bezesporu revoluční metoda, vyvolala velká očekávání a mnohá byla také realizována. V kombinaci s klasickými interferenčními metodami (např. využitím holografických postupů při aplikaci Machova-Zehnderova interferometru), nové holografické metodické přístupy a nové metody přinesly bezesporu nebývalé zjednodušení vlastní experimentální práce a pokroky při uplatnění v mechanice, avšak dnes již lze tvrdit, že klasická holografická interferometrie spadá ještě do oboru klasických interferenčních metod, vyžadujících převážně dobré laboratorní zázemí (metoda výrazně nepřekročila prostory laboratoří) a také vysoce kvalifikovanou obsluhu. Naopak, některé metody, dříve jen obtížně aplikovatelné, jsou díky užití moderních optických a optoelektronických prvků (vláknová optika, nelineární optika, CCD, optické korelátoři aj.), výpočetní techniky, numerických a zejména statistických metod, nově a neočekávaně aplikovány v nejrůznějších oborech, a to běžným uživatelským způsobem, technicky dostupným široké technické veřejnosti.

2.2.4 Metody koherenční zrnitosti

Pozdější rozvoj holografických metod, zejména uplatnění tzv. *spekle holografie* a jejich variant, však již tuto pomyslnou laboratorní bariéru překračují, nikoliv však pro svůj

princip, ale především pro možnost uplatnění moderních technických a optoelektronických prvků současné doby.

Nověji jsou však metody spekle holografie, na základě jejich principu a popisu, zařazovány do skupiny nazývané souhrnně *koherenční interferometrické metody*, také *metody koherenční zrnitosti*, respektive *spekl metody*. Tyto metody využívají statistické vlastnosti optických polí koherenční zrnitosti (speklu) a jsou zřejmě představitelé nového směru i v oboru aplikací v mechanice. Z tohoto pohledu tyto metody jsou děleny na:

- *spekl interferometrie (spekl fotografie)*; metoda pracuje na principu interferometrie koherenčních (speklových) polí, přičemž výstupem je zpravidla systém jednoduchých interferenčních proužků se zřejmou speklovou strukturou,
- *statistická korelační spekl metoda*; výstupem metody již není charakteristický interferenční obraz, metoda zpravidla pracuje se soubory dvou nebo více polí koherenční zrnitosti, které jsou statisticky vyhodnocovány.

Statistickým popisem šíření a stavu světelného pole se zabývá *statistická optika*. Matematický aparát statistické optiky umožňuje nové pohledy na problematiku optické interferencem a difrakce světelných vln.

2.2.5 Závěr k optickým metodám

Technické pokroky v oblasti světelných zdrojů, detektorů a výpočetní techniky dále umožňují i nové pohledy na aplikace, zejména v tradičních technických oborech. Lze hovořit o renesanci klasických optických měřicích metod co do jejich technické realizace a zejména užití, a to kvalitativně i kvantitativně.

Soudobé uplatnění optických experimentálních metod v mechanice je všeobecně zřejmé, přičemž výhodou a zřejmou perspektivou je především variabilitnost, bezkontaktnost a možný vysoký stupeň mechanizace zpracování naměřených dat. Rozšíření uplatnění lze očekávat například v oblasti lomové mechaniky, v biomechanice, stanovení zbytkové napjatosti, při výzkumu kompozitních materiálů, bezdemontážní diagnostice, průkazu jakosti výrobků aj.

Samostatným, a dnes ještě poněkud předčasným, rozvojovým přístupem je přístup ke klasickým interferometrům z pohledu kvantového popisu, tj. z pohledu kvantové optiky. Tento příslib současného stavu je ještě poněkud vzdálen aplikacím v mechanice, ale již velmi žhavým tématem v příbuzných oborech, například v komunikacích pro zajištění bezpečného přenosu informace.

2.3 Křehké laky

Jejich aplikace je nenáročná a poměrně snadná pokud jsou užity pro kvalitativní analýzu napjatosti. Jsou vhodné pro získání předběžných informací o poli napjatosti (o místech koncentrací napětí a směrech hlavních napětí) před instalací odporových tenzometrů. Pokud by měly být použity pro kvantitativní analýzu, mají celou řadu omezení a jsou proto nahrazovány při řešení závažných úloh povrchovou fotoelasticitami.

2.4 Rentgenografie

Rentgenografie se kromě detekce necelistvostí a strukturních analýz užívá také pro napětíovou analýzu, převážně pak pro zjišťování zbytkových napětí. Tato měřicí metoda je založena na difrakci RTG paprsků v polykrystalických materiálech, kterou můžeme určit vzdálenost atomových rovin a jejich změny v důsledku pružných deformací. Při plastické deformaci dochází k prokluzu těchto rovin a tuto změnu RTG metoda nezachytí.

2.5 Akustická emise

V konstrukci nebo v jednotlivých jejích částech je třeba v některých případech sledovat dosažení určitého stavu, spojeného s výraznými body pracovního diagramu materiálu konstrukce (např. meze kluzu) nebo je třeba indikovat možnost poruchy (odpovídající mezi pevnosti materiálu). Dosažení těchto stavů napjatosti nevyplývá pouze ze zatěžovací veličiny, ale v její kombinaci s mikro a makroskopickými poruchami materiálu. Tyto poruchy se projevují jemnými akustickými signály, zasahujícími do vysokého ultrazvukového spektra. Signály akustické emise se objevují při vzniku nespojitosti materiálu. Příčiny jsou:

- vznik a rozvoj mikrodefektů,
- fázové přeměny materiálu,
- vznik skluzových pásů a oblastí s intenzivním pohybem dislokací,
- u polymerních materiálů vznik přetvořených oblastí
- u kompozitů přetrhávání vláken výztuže, dekoheze matrice a oddělování vláken od matrice.

Jim pak odpovídá energie a frekvence detekovaného signálu, ze kterého je možno analyzovat kromě příčin i místo příslušného děje.

Metoda akustické emise se užívá jednak pro kontrolu integrity konstrukcí (např. tlakových nádob při jejich zkouškách a provozu), jednak pro kontrolu technologie (odchyly se projeví charakteristickým spektrem).

2.6 Ultrazvukové metody

Oblastí jejich využití je především nedestruktivní defektoskopie. Lze je ale též využít např. pro měření tloušťek materiálu, vzdáleností (např. sledování výšek hladin v zásobnících), průtoku kapalin, zbytkových napětí a elastických konstant materiálu.

2.7 Termální emise

Tato metoda, označovaná často zkratkou anglického názvu (Stress Pattern Analysis by Thermal Emission) jako SPATE metoda, je založena na termodynamických projevech (teplotní změny v důsledku napjatosti řádově tisíce až setině stupně Kelvina) při cyklickém zatěžování konstrukce. Bezkontaktně snímaný signál odpovídá prvnímu invariantu tenzoru napjatosti. Citlivost metody dosahuje 1 MPa u oceli a 0,4 MPa u hliníku a jeho slitin. Kromě napětíové analýzy se metoda SPATE uplatňuje též v oblasti šíření trhlin a optimalizačních a porovnávacích měření.

2.8 Hybridní metody (experimentálně-numerické metody)

Takovýto společný postup při řešení fyzikálních problémů je velmi slibný a ekonomicky přijatelný. Jeho uplatnění je nadějně především v nelineárních dynamických úlohách a v úlohách lomové mechaniky při tvárném porušení.

2.9 Literatura

- [1] Balaš, J. – Szabó, V.: Holografická interferometria v experimentálnej mechanike. VEDA, Bratislava 1986
- [2] Hetényi, M.: Príručka experimentálnej pružnosti. SVTL, Bratislava 1962
- [3] Hoffmann, K.: An Introduction to Measurements using Strain Gages. HBM, Darmstadt 1989

- [4] Janíček, P.: Technický experiment. VUT Brno 1989
- [5] Khan, A.S. – Wang, X.: Strain Measurements and Stress Analysis. Prentice Hall International, London 2001
- [6] Kobayashi, A.S. (Ed.): Handbook on Experimental Mechanics. Prentice-Hall, Inc., New Jersey 1987
- [7] Milbauer, M. – Perla, M.: Fotoelasticimetrické přístroje a měřicí metody. NČSAV, Praha 1959
- [8] Milbauer, M. – Perla, M.: Fotoelasticimetrie a příklady jejího použití. NČSAV, Praha 1961
- [9] Němec, J.: odporové tenzometry v praxi. SNTL, Praha 1967
- [10] Rastogi, P.K. (Ed.): Photomechanics. Springer-Verlag, Heidelberg 2000
- [11] Webster, J.G.: The Measurement, Instrumentation and Sensors Handbook. CRC Press, Boca Raton 1999

3. CHYBY A NEJISTOTY MĚŘENÍ

3.1 Veličiny a jejich hodnoty

Při měření vystupují měřené veličiny a ovlivňující veličiny.

Měřená veličina je veličina, jejíž stanovení je cílem měření.

Ovlivňující veličina je veličina, která není měřenou veličinou, ale která má vliv na výsledek měření. Ovlivňující veličiny mají svůj původ v prostředí nebo v použitých měřicích prostředcích. Jsou to např. teplota okolí, tlak, vlhkost apod.

Často měření a výsledky měření vážeme na určité konkrétní hodnoty vlivných veličin; ty pak označujeme jako **referenční hodnoty**. Může se stanovit i interval hodnot ovlivňujících veličin - ten se nazývá **referenční oblast**. Souhrn referenčních hodnot a referenčních oblastí vytváří **referenční podmínky**.

Velikost určité veličiny, která se dá všeobecně vyjádřit jako měřicí jednotka vynásobená číslem, nazýváme **hodnota veličiny**. Např. hodnota hmotnosti tělesa je 165 g; běžně ale hovoříme, že hmotnost tělesa je 165 g.

Hodnotu, která charakterizuje dokonale definovanou veličinu za podmínek existujících v okamžiku měření této hodnoty, nazýváme **pravou (skutečnou) hodnotou** měřené veličiny. Je to hodnota, která by se dala získat dokonalým měřením. Skutečná hodnota veličiny je ideální pojem; kromě malých vyjímků není přesně známa. (Výjimky tvoří např. teplota trojného bodu vody 273,16 K nebo rychlost světla ve vakuu 299 792 459 m/s). Z podstaty každé skutečné hodnoty vyplývá, že se nedá přesně určit.

Protože neznáme skutečnou hodnotu, nahrazujeme ji tzv. **konvenčně pravou hodnotou**. To je hodnota dostatečně blízká skutečné hodnotě; může proto pro daný účel nahradit skutečnou hodnotu. Rozdíl mezi skutečnou hodnotou a konvenčně pravou hodnotou se dá prakticky zanedbat. Příkladem konvenčně pravých hodnot jsou teploty pevných bodů v mezinárodní teplotní stupnici (mimo hodnoty trojného bodu vody). Ke stanovení konvenční pravé hodnoty využíváme často velký počet výsledků měření.

Hodnota měřené veličiny, kterou udává měřidlo, se nazývá **údaj měřidla**. Hodnota odečítaná ze zobrazujícího zařízení (displeje) se může někdy nazývat **přímý údaj**. Přímý údaj dává po vynásobení přístrojovou konstantou údaj o měřené veličině.

Hodnota náležející měřené veličině a získaná měřením představuje **výsledek měření**. Při použití názvu „výsledek měření“ je nutno uvést, zda se vztahuje na

- údaj měřidla,
- nekorigovaný výsledek,
- korigovaný výsledek.

Nekorigovaný výsledek je výsledek měření, při kterém se neuplatňují korekce známých systematických chyb.

Korigovaný výsledek měření je výsledek po korekci systematických chyb. Výsledkem měření může být často i hodnota získaná výpočtem z vícero opakovaných měření nebo z výsledků měření více veličin při nepřímém měření.

Úplný údaj výsledku obsahuje kromě výsledné hodnoty měřené veličiny též údaj o nejistotě měření. (viz podrobně v dalším textu)

Těsnost shody mezi výsledkem měření a skutečnou hodnotou nazýváme **přesnost měření**.

3.2 Chyby v měření

Chyba měření je souhrnná hodnota zahrnující celou řadu dílčích chyb.

Zdroje chyb měření:

- **přístrojové chyby** - jsou to chyby vyplývající z nedokonalosti použitých měřicích prostředků. Část chyb vznikajících při výrobě se též při výrobě odstraňuje; hodnoty některých chyb udává výrobce formou korekčních křivek, ostatní chyby udává výrobce jako maximální dovolenou chybu (se znaménkem \pm)
- **chyby instalace** - to jsou chyby vyplývající z nedostatků zapojení, uložení a nastavení měřidel, ze vzájemného ovlivňování měřidel, z ovlivnění hodnot měřené veličiny měřidlem (vyztužení stěny nalepeným tenzometrem) apod.
- **chyby metody** - vyplývají z nedokonalosti použitých měřicích metod, z použití přibližných hodnot fyzikálních konstant a nepřesných závislostí,
- **chyby pozorování**
- **chyby výpočtové** - vznikají při zpracování naměřených hodnot (použití přibližných vztahů, chyby interpolace nebo extrapolace, linearizace apod.)

Některé z těchto chyb se vyskytují jako systematické, jiné jako náhodné.

Rozdíl mezi výsledkem měření a skutečnou hodnotou se nazývá *absolutní chyba* měření. Jestliže nemůžeme určit skutečnou hodnotu, potom se v praxi pro vyjádření chyby používá konvenčně pravá hodnota.

Pozor! Nezaměňovat absolutní chybu za absolutní hodnotu chyby (ta je velikostí chyby bez ohledu na znaménko).

Poměr absolutní chyby k skutečné (resp. konvenčně pravé) hodnotě je *relativní chyba* měření.

Chyby měření mohou být podle svého charakteru **náhodné** a **systematické**:

- **Náhodná chyba** je složka chyby, která se mění při opakovaných měřeních té jisté veličiny nepředvídatelným způsobem.
- **Systematická chyba** je složka chyby měření, která zůstává konstantní při opakovaných měřeních anebo se mění způsobem, který se dá předvídat.

Systematické chyby mohou být pro konkrétní měření **známé** nebo **neznámé**.

Podobně jako zpravidla neznáme skutečnou hodnotu měřené veličiny tak též zpravidla úplně neznáme ani systematickou chybu. Známe ji jen s určitou nejistotou. Znamé systematické chyby vylučujeme z výsledku měření **korekcí** údajů (výsledků). Korekce se rovná záporné hodnotě systematické chyby.

Náhodné chyby a nevyložené systematické chyby se potom zohledňují ve výsledku měření jeho nejistotou.

Nejistota měření je parametr související s výsledkem měření a charakterizující rozptyl hodnot, které je možno racionálně přiřadit k měřené veličině.

Nejistota měření může obecně zahrnovat více složek. Některé se mohou určit statistickým vyhodnocením série měření, jiné se dají určit na základě zkušeností z předpokládaného rozdělení nebo z jiných informací. Vyjádření výsledků měření je jen tehdy úplné, jestliže obsahuje hodnotu přiřazenou měřené veličině a nejistotu měření spojenou s touto hodnotou.

Při vyhodnocování měření je důležité rozlišovat, zda se opakované měření uskutečnilo za stejných podmínek nebo při rozdílných podmínkách.

Těsnost shody mezi navzájem nezávislými výsledky řady měření té jisté měřené veličiny, která se uskutečnila za stejných podmínek, se nazývá **opakovatelnost** měření. Tyto podmínky se nazývají **podmínky opakovatelnosti** a zahrnují:

- tentýž postup měření,
- tentýž pozorovatel,
- tentýž měřicí přístroj použitý za stejných podmínek,
- totéž místo,
- opakování v průběhu krátké časové periody.

Těsnost shody mezi navzájem nezávislými výsledky měření téže měřené veličiny provedených za změněných podmínek měření se nazývá **reprodukovatelnost** měření. Při vyjádření reprodukovatelnosti je třeba specifikovat, které podmínky se změnilo. Změněné podmínky mohou zahrnovat:

- princip měření,
- metodu měření,
- pozorovatele,
- měřicí přístroj,
- referenční etalon,
- místo,
- podmínky použití,
- čas.

Kvantitativně se opakovatelnost a reprodukovatelnost mohou vyjádřit příslušnými výběrovými směrodatnými odchylkami nebo výběrovými rozptyly.

3.3 Nejistoty v měření

3.3.1 Úvod k nejistotám

Podle ČSN EN 45 001, čl. 5.4.3 se požaduje, aby se uváděly kvantitativní výsledky měření nebo zkoušky i včetně stanovených nejistot měření (všude tam, kde je to možné). Stanovení uváděných nejistot měření má být doloženo postupem výpočtu.

Akreditační orgány sledují, zde jimi akreditované laboratoře splňují tyto požadavky. Nicméně při provádění akreditace v této oblasti mohou být uznány a vzaty v úvahu obecný stav vývoje a užití nejistot v měření, zkoušení a při kalibraci v rámci EA.

Podnět k novému přístupu k hodnocení přesnosti měření vyšel v roce 1978 od CIPM (Comité International des Poids et Mesures). Úkolem byl pověřen BIPM (Bureau International des Poids et Mesures), který sestavil pracovní skupinu /Working Group on Statement of Uncertainty), v níž byly zastoupeny špičkové fyzikální a metrologické laboratoře. Pracovní skupina zpracovala za dobu delší deseti let (za spoluúčasti mnoha světových odborníků) zásadní materiál, se kterým vyslovily souhlas a podporu při jeho prosazování přední mezinárodní organizace CIPM, BIPM, OILM, ISO, IEC. Tento materiál vyšel v roce 1992 pod hlavičkou výše uvedených organizací s názvem „Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement“ (stručně označován GUM).

V ČSMÚ v Bratislavě vyšel v roce 1992 předpis TPM 050-92 „Vyjadrovanie chýb a neistot“ a v roce 1993 TPM 0051-93 „Stanovenie neistot při meraniach“. TPM 0051-93 je konformní s dokumentem GUM a je respektován i v České republice.

ČIA vydal v roce 1995 dokument EAL-R2 „Metodika vyjadřování nejistot měření při kalibracích“ a v roce 1997 upravené vydání se stejným označením i názvem. Při akreditačním procesu ČIA je nutné respektovat dokument EAL-R2 z roku 1997.

Tyto předpisy nám vzaly vžitě pojmy systematická a náhodná chyba a zavedly nové pojmy, nejistota stanovená metodou A a nejistota stanovená metodou B.

3.3.2 Zdroje nejistot měření

Nejistota výsledku měření odráží omezenou možnost znalosti hodnoty měřené veličiny. Úplné poznání by vyžadovalo nekonečné množství informací. Jevy přispívající k nejistotě a způsobující, že výsledek měření nemůže být charakterizován pouze jedinou hodnotou, se nazývají **zdroje nejistot**.

V praxi existuje mnoho možných zdrojů nejistot měření; patří mezi ně např.

- a) neúplná definice měřené veličiny,
- b) nedokonalá realizace definice měřené veličiny,
- c) nereprezentativní výběr vzorků - měřený vzorek nemusí reprezentovat definovanou měřenou veličinu,
- d) nedostatečná znalost vlivů okolního prostředí nebo jejich nedokonalé měření,
- e) vliv lidského faktoru při odečítání analogových měřidel,
- f) omezená rozlišovací schopnost měřicího přístroje nebo práh rozlišení,
- g) nepřesnost měřicích etalonů a referenčních materiálů,
- h) nepřesné hodnoty konstant a dalších parametrů získaných z externích zdrojů a použitých v algoritmu při výpočtu,
- i) aproximace a zjednodušení obsažené v měřicí metodě a postupu,
- j) změny v opakovaných pozorováních měřené veličiny, která jsou prováděna za zjevně shodných podmínek

Zdroje nejistot nemusí být nutně nezávislé. Některé ze zdrojů nejistot uvedené pod body a) až i) mohou přispívat k zdroji nejistot uvedenému pod bodem j).

Při určování nejistot vycházíme z teorie pravděpodobnosti a matematické statistiky. Předpokládáme přitom, že měřené hodnoty a chyby mají určité rozdělení pravděpodobnosti. Potom i výsledek měření má určité rozdělení pravděpodobnosti.

3.3.3 Standardní a rozšířená nejistota

Základní kvantitativní charakteristikou nejistoty je **standardní nejistota** - označujeme u . Standardní nejistota je rovna směrodatné odchylce příslušného rozdělení pravděpodobnosti.

Standardní nejistoty se dělí podle způsobu získání na:

nejistoty získané statistickými metodami z naměřených údajů - zkráceně nazývané „nejistoty stanovené metodou A“ nebo ještě kratčeji (ale nevhodně a věcně nesprávně) „nejistoty typu A“ - označované u_A

nejistoty získané jiným způsobem než v předchozím případě - nazývané „nejistoty stanovené metodou B“, kratčeji (stejně jako v předchozím – nevhodně a věcně nesprávně) „nejistoty typu B“, označované u_B .

Je třeba zdůraznit, že nečleníme nejistoty, ale metody jejich vyhodnocení na metodu A a metodu B. Nejistoty určené oběma metodami (pokud jsou vyhodnoceny korektně) jsou rovnocenné. Existuje více složek nejistot, z nichž každá je vyhodnocena některou z popsanych metod.

Charakteristickým znakem nejistot vyhodnocovaných metodou A je to, že s rostoucím počtem měření jejich hodnoty klesají. Nejistoty vyhodnocované metodou B nejsou závislé na počtu měření.

Na rozdíl od nejistot vyhodnocovaných metodou A, kde se příčiny nejistot všeobecně považují za neznámé, se nejistoty vyhodnocované metodou B váží na známé nebo identifikovatelné zdroje.

Nejistoty stanovené metodou B určují ve většině případů celkovou nejistotu. Opomenutí jediné významné složky zničí celou stavbu výpočtu nejistot. A že to počítání není

zase tak snadné, ukazuje výsledek mezinárodního porovnání ALE, EL 23, kde se v oblasti elektroniky na základě zadaných dat jednoduchého měření zpracovával protokol a počítaly nejistoty. 89 laboratoří od Evropy přes Jižní Afriku až po Nový Zéland vyčíslilo nejistoty a výsledky se lišily až o dva řády.

Pamatujme, že existují dva způsoby, jak dosáhnout malé nejistoty měření: její podstatné složky z neznalosti nezapočítáme, na základě velkých znalostí je umíme potlačit nebo korigovat. Snažme se nepatřit do první skupiny.

Charakter nejistot stanovených metodou B je více individuální a vyžaduje znalosti příslušného oboru měření. Charakter nejistot stanovených metodou A je více univerzální, protože vyhodnotit skupinu údajů měření je třeba ve všech oborech měření.

Sloučením standardní nejistoty vyhodnocené metodou A a standardní nejistoty vyhodnocené metodou B (dále uvedeným postupem) získáme **kombinovanou standardní nejistotu**.

Standardní nejistoty vytvářejí interval pokrývající skutečnou hodnotu měřené veličiny s poměrně malou pravděpodobností (např. okolo 66 % při normálním rozdělení). Často ale požadujeme hodnotu nejistoty, která by vytvářela interval s větší pravděpodobností pokrytí skutečné hodnoty. Takovou nejistotu nazýváme **rozšířenou nejistotu** - označujeme U :

$$U = k \cdot u$$

k ... koeficient rozšíření

Jestliže můžeme předpokládat normální rozdělení výsledku měření, volíme k jako kvantil normovaného normálního rozdělení (např. pro pravděpodobnost pokrytí přibližně 95 % bude $k = 2$ – viz statistické tabulky). Tento předpoklad je dosti častý vzhledem k centrální limitní větě : z ní vyplývá, že v případě, kdy je více složek nejistot (v praxi často stačí 3 a více) odvozených od „slušných“ rozdělení pravděpodobností nezávislých veličin (např. normálních rozdělení nebo rovnoměrných rozdělení) přispívajících ke standardní nejistotě odhadu výstupní veličiny porovnatelnými velikostmi, bude se rozdělení pravděpodobnosti odhadu výstupní veličiny značně blížit normálnímu rozdělení. Je třeba se ale o tom experimentálně přesvědčit.

3.3.3.1 Poznámky

1. Pojem nejistoty v měření se původně spojoval jen s náhodnými chybami a hodnota nejistoty byla totožná s intervalem spolehlivosti při zvolené konfidenční pravděpodobnosti.
2. I když tu je určitá souvislost nejistot stanovených metodou A s náhodnými chybami a nejistot stanovených metodou B s chybami systematickými, nedoporučuje se používat názvy náhodná, resp. systematická nejistota .
3. Standardní nejistota vymezuje rozsah hodnot $\langle -u, +u \rangle$ kolem udávané hodnoty. Při uvádění hodnoty za rovnítkem (=) se píše bez znaménka. Jestliže se připojuje k hodnotě výsledku, dává se před její číselnou hodnotu znaménko \pm .
4. Standardní nejistotu je možno vyjádřit v hodnotách měřené veličiny (tehdy se - analogicky jako při chybách - používá název **absolutní standardní nejistota**) nebo poměrem absolutní nejistoty k hodnotě příslušné veličiny (přičemž se v tomto případě používá název **relativní standardní nejistota**).

3.3.4 Přímé a nepřímé metody měření

Podle způsobu získání měřené veličiny rozlišujeme:

- **přímé** metody, spočívající v přímém odečtu hodnoty měřené veličiny na měřicím přístroji, aniž by se musel provádět výpočet podle dané závislosti měřené veličiny na veličinách jiného druhu, které bychom jinak měřili. Do této skupiny metod se zahrnuje i použití grafů a tabulek, pomocí nichž se převede údaj přístroje na hodnotu určované veličiny;

- **nepřímé** metody potřebují k určení hodnoty zjišťované veličiny výpočtové vztahy (funkční závislosti) vázané na jednotlivé měřené veličiny;
- **kombinační** měřicí metody, u nichž se stanoví hodnoty měřených veličin z různých kombinací výsledků přímých měření a řešením příslušné soustavy rovnic.

3.3.5 Určení nejistot při přímém měření

3.3.5.1 Standardní nejistoty

1. Vyhodnocení standardní nejistoty *metodou A*

Jak již bylo uvedeno, je toto vyhodnocení standardní nejistoty metodou vyhodnocení nejistoty pomocí statistické analýzy naměřených údajů. V případě opakovaných přímých měření jde o statistické zpracování výsledků opakovaných přímých měření. Zde nejčastěji předpokládáme, že naměřené hodnoty získáme nezávislými měřeními za stejných podmínek měření.

To znamená, že máme k dispozici n naměřených údajů x_1, x_2, \dots, x_n . Naměřené údaje jsou realizací n nezávislých stejně přesných měření jedné veličiny. Potom bude: odhad hodnoty měřené veličiny

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

- standardní nejistota určená metodou A tohoto odhadu je rovna směrodatné odchylce aritmetického průměru

$$u_{Ax} = s_{\bar{x}} = \frac{s_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

Podmínkou vyhodnocení metodou A je realizace vícero opakovaných měření.

2. Vyhodnocení standardní nejistoty *metodou B*

Nejistoty vyhodnocované metodou B se vážou na známé, identifikovatelné a kvantifikované zdroje. Vyhodnocení metodou B vychází z kvalifikovaného úsudku založeného na všech dostupných informacích o měřené veličině X a jejich možných změnách. Zdroji informací mohou být:

- dosavadní měření a výsledky získané při předchozích měřeních,
- zkušenosti a všeobecné znalosti o chování měřeného objektu, měřicích metodách, měřicích prostředcích a podmínkách měření,
- specifikace získané od výrobců o měřicích prostředcích a podmínkách používání,
- údaje z certifikátů, kalibračních listů, ověřovacích listů apod.,
- nejistoty referenčních údajů převzatých z různých pramenů

Rámcový postup stanovení nejistot metodou B je následující:

1. vytipují se možné zdroje těchto nejistot $Z_1, Z_2, \dots, Z_j, \dots, Z_m$,
2. určí se standardní nejistota metodou B každého zdroje a to:
 - převzetím hodnot nejistot z technické dokumentace (certifikáty, kalibrační listy, technické normy, údaje výrobců použitých zařízení, technické tabulky, tabulky fyzikálních konstant apod.), nebo
 - odhadem metodami uvedenými v dalším textu,
3. přepočítají se určené nejistoty u_{zj} z jednotlivých zdrojů na odpovídající složky nejistoty měřené veličiny $u_{x,zj}$ [viz dále],

4. posoudí se možnost korelací mezi jednotlivými zdroji nejistot typu B a v kladném případě se odhadnou hodnoty korelačních koeficientů $r_{zj,k}$ z intervalu $\langle -1, +1 \rangle$ [viz dále],
5. přepočítané složky nejistot se sloučí do výsledné nejistoty u_{Bx} [viz dále].

ad 1) zdroje nejistot

Zdrojem nejistot při měřeních jsou nedokonalosti (vlastnosti nebo znalosti):

- a) použitím měřicích prostředků, především měř., měřicích přístrojů a převodníků,
- b) použitých měřicích metod,
- c) podmínek měření, především hodnot ovlivňujících veličin,
- d) konstant použitých při vyhodnocování,
- e) vztahů (závislostí) použitých při vyhodnocování.

ad 2) základní metoda odhadu standardní nejistoty u_{Bx} typu B ze zdroje Z pozůstává z následujících kroků:

- a) odhadne se rozsah změn - odchylek $\pm z_{max}$ od nominální hodnoty veličiny odpovídající zdroji, jejichž překročení je málo pravděpodobné,
- b) posoudí se průběh pravděpodobnosti odchylek v tomto intervalu a v tab. xxx se najde jeho nejvhodnější aproximace,
- c) standardní nejistota typu B spojená s tímto zdrojem se určí ze vztahu

$$u_{zj} = \frac{z_{max}}{\chi}$$

kde χ se převezme z obr. podle zvolené aproximace:

$\chi = 2, \chi = 3$ pro Gaussovo rozdělení

$\chi = \sqrt{3}$ pro rovnoměrné rozdělení

$\chi = 2,45$ pro trojúhelníkové rozdělení

Aproximaci *normálním* rozdělením použijeme tehdy, kdy se častěji mohou vyskytovat odchylky od nominální hodnoty malých velikostí a s rostoucí velikostí klesá četnost jejich výskytu. (Např. je-li zdrojem nejistoty měřicí přístroj od spolehlivého výrobce u kterého lze předpokládat, že většina přístrojů bude s malými chybami.)

Aproximaci *rovnoměrným* rozdělením použijeme tehdy, kdy je stejná pravděpodobnost výskytu jakékoliv odchylky v daném intervalu $\pm z_{max}$. Tato aproximace se používá nejčastěji. Důvod je i ten, že nejčastěji nemáme dostatečné poznatky o rozdělení pravděpodobnosti výskytu odchylek a tedy nemáme důvod upřednostnit některé odchylky.

Aproximaci *trojúhelníkovým* rozdělením použijeme obdobně jako normálním.

Při použití číslicového měřicího přístroje je jedním ze zdrojů nejistoty rozlišitelnost poslední platné číslice. To znamená, že i při neměnicím se údaji při opakovaném měření není nejistota nulová. Odhad nejistoty se v tomto případě zakládá na předpokladu rovnoměrného rozdělení v intervalu, který je vymezený rozlišitelností daného přístroje δ_{zi}

$$u_{B_{zi}} = \frac{\delta_{zi}}{2\sqrt{3}} = 0,29 \cdot \delta_{zi}$$

Při použití analogového měřicího přístroje odčitelnost daná hodnotou dílku stupnice δ_z . Potom standardní nejistotu určíme se stejného vztahu jako v předchozím případě.

ad 3) Odhadnuté nejistoty z jednotlivých zdrojů Z_j se přenášejí do nejistoty naměřené hodnoty veličiny X a tvoří její složky $u_{x,zj}$, které se vypočítají ze vztahu

$$u_{x,zj} = A_{x,zj} \cdot u_{zj}$$

Hodnoty převodového (citlivostního) koeficientu $A_{x,zj}$ se stanoví ze závislosti

$$X = f(Z_1, \dots, Z_j, \dots, Z_m)$$

použitím vztahu (založeném na použití Taylorovy řady při zanedbání členů vyšších řádů)

$$A_{x,zj} = \left. \frac{\partial X}{\partial Z_j} \right|_{Z=z}$$

kde $z = [z_1, \dots, z_j, \dots, z_m]$ jsou aktuální hodnoty veličin Z_j .

Jestliže závislost $X = f(Z)$ není známa, stanoví se $A_{x,zj}$ experimentálně změřením hodnoty Δx_{zj} při malé změně Δz_j a dosazením do vztahu

$$A_{x,zj} \approx \frac{\Delta x_{zj}}{\Delta z_j}$$

ad 4) Při přímém měření jedné veličiny je korelace mezi veličinami Z_j , reprezentujícími zdroje nejistot typu B, řídká a výjimečně se může vyskytnout při korelovaných ovlivňujících veličinách (např. když ovlivňující veličinou je teplota a relativní vlhkost vzduchu). Proto pro stanovení výsledné standardní nejistoty typu B se zpravidla použije Gaussův zákon šíření nejistot

$$u_{Bx} = \sqrt{\sum_{j=1}^m A_{x,zj}^2 \cdot u_{zj}^2} = \sqrt{\sum_{j=1}^m u_{x,zj}^2}$$

3.3.5.2 Kombinovaná standardní nejistota

Jestliže předpokládáme, že není žádná závislost mezi zdroji nejistot vyhodnocovanými metodou A a metodou B, potom v souladu s Gaussovým zákonem šíření nejistot platí pro kombinovanou standardní nejistotu vztah

$$u_{Cx} = \sqrt{u_{Ax}^2 + u_{Bx}^2}$$

Poznámka.

Použití Gaussova zákona šíření nejistot je zdůvodněno neschopností spolehlivého odhadu, resp. zanedbatelnou korelací mezi nejistotami typu A a typu B.

3.3.5.3 Rozšířená nejistota měření

Standardní nejistoty vytvářejí interval pokrývající skutečnou hodnotu měřené veličiny s poměrně malou pravděpodobností (např. okolo 66 %). V praxi ovšem požadujeme hodnotu nejistoty, která by vytvářela interval s pravděpodobností pokrytí skutečné hodnoty více nebo méně blízkou 100 %. Takovouto nejistotu nazýváme **rozšířenou nejistotou** - značíme U . Určí se pomocí vztahu

$$U = k \cdot u_{Cx}$$

Koeficient k rozšíření intervalu pokrytí skutečné hodnoty se též nazývá koeficientem rozšíření nebo koeficientem pokrytí.

Jeho hodnota se určuje

- a) konvenčně
- b) výpočtem

3.3.5.3.1 *Poznámka*

Problémy přesného určení intervalu spolehlivosti výsledku měření způsobují především nedostatečná znalost distribučních funkcí všech vstupních veličin a složitost

skladby jejich rozdělení. Snaha o exaktní řešení přitom ztrácí smysl, jestliže si uvědomíme řadu zjednodušení při získávání vstupních informací a výpočtech standardních nejistot, volnost a subjektivitu při volbě hodnoty konfidenční pravděpodobnosti a skutečnost, že nejistotu výsledku postačí znát na dvě, někdy i jen na jednu platnou číslici.

ad a) konvenčně

Konvenční hodnoty se pohybují od $k = 2$ (nejčastěji) do $k = 3$ a bývají obsaženy v technických normách a předpisech a v individuálních dohodách a technických podmínkách.

ad b) výpočtem

1. při velkém počtu opakovaných měření ($n > 30$) má koeficient rozšíření pro konfidenční pravděpodobnosti P hodnoty uvedené v tab. 1 v příloze;
2. při malém počtu opakovaných měření ($n < 30$)

$$k = t_{P, \nu_{ef}}$$

kde hodnoty $t_{P, \nu_{ef}}$ (ze Studentova rozdělení) pro obvyklé hodnoty konfidenční pravděpodobnosti P a pro efektivní počet stupňů volnosti jsou uvedeny v tab. 2 v příloze.

Efektivní počet stupňů volnosti ν_{ef} je možno určit ze vztahu

$$\nu_{ef} = \left[(n + 1) \cdot \left(1 + \frac{u_{Bx}^2}{u_{Ax}^2} \right)^2 \right] - 2$$

3. při malém počtu opakování ($n < 10$) je rozšířená nejistota

$$U = 2\sqrt{k_A \cdot u_{Ax}^2 + u_{Bx}^2}$$

kde hodnoty k_A jsou

n	2	3	4	5	6	7	8	9
k_A	7,0	2,3	1,7	1,4	1,3	1,3	1,2	1,2

Takto stanovené rozšířené nejistotě se připisuje pravděpodobnost 0,95%

3.3.6 Určení nejistot při nepřímém měření

3.3.6.1 Standardní nejistoty

Budeme se nyní věnovat případům, kdy hodnoty veličiny Y , která nás zajímá, nemůže měřit přímo, ale vypočítávají na základě funkčního vztahu F z vstupních veličin $X_1, X_2, \dots, X_j, \dots, X_m$:

$$Y = F(X_1, X_2, \dots, X_j, \dots, X_m)$$

(je tedy $j = 1 \dots m$)

Tato množina vstupních veličin se skládá:

- z veličin jejichž hodnoty a nejistoty lze přímo určit obvyklým měřicím postupem. Tyto hodnoty a nejistoty mohou být získány např. z jednoho měření, z opakovaných měření anebo odhadem založeným na zkušenostech a mohou zahrnovat korekce přístrojových čtení a korekce ovlivňujících veličin (jako jsou např. okolní teplota, barometrický tlak a vlhkost);
- z veličin jejichž hodnoty a nejistoty jsou převzaty z vnějších zdrojů - např. z tabulek (např. fyzikální konstanty, z technických norem, předpisů), certifikátů, údajů výrobců měřidel, výsledků minulých měření ap.

V dalším výkladu se omezíme pouze na případy, kdy všechny tyto vstupní veličiny jsou **vzájemně statisticky nezávislé** (jsou **nekorelované**). [Vyjádření nejistot v případě korelovaných vstupních veličin je komplikovanější a přesahuje možnosti naší výuky. Zanedbatelnost korelací se dá posoudit z výběrových korelačních koeficientů; předpoklad o nulovosti korelací se potom testuje.]

Měření se opakuje n-krát; pro každé i-té měření se získá serie hodnot $x_{1i}, \dots, x_{ji}, \dots, x_{mi}$. (takže $i = 1 \dots n$) Výsledkem měření je hodnota \bar{y} , která se obecně může získat dvěma způsoby:

a) dosazením výběrových průměrů vstupních veličin

$$\bar{y} = F(\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_j, \dots, \bar{x}_m)$$

kde

$$\bar{x}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{ji}$$

b) jako výběrový průměr z hodnot y_i stanovených pro každou serii naměřených x_{ji}

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$$

$$y_i = F(x_{1i}, \dots, x_{ji}, \dots, x_{mi})$$

Při lineární závislosti jsou oba způsoby rovnocenné. Při nelineární závislosti je druhý způsob přesnější.

3.3.6.2 Vyhodnocení standardní nejistoty výstupního odhadu metodou A

Stanoví se ze vztahu

$$u_{Ay}^2 = \sum_{j=1}^m A_{xj}^2 \cdot u_{A,xj}^2$$

kde pro převodové (citlivostní) koeficienty A_j platí

$$A_{xj} = \left. \frac{\partial F(X)}{\partial X_j} \right|_{X=x}$$

a pro výběrový rozptyl výběrového průměru

$$u_{A,xj}^2 = \frac{1}{n \cdot (n-1)} \sum_{i=1}^n (x_{ji} - \bar{x}_j)^2$$

$$\bar{x}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{ji}$$

3.3.6.3 Vyhodnocení standardní nejistoty výstupního odhadu metodou B

Pro tuto nejistotu platí (obdobně jako v předchozím)

$$u_{By}^2 = \sum_{j=1}^m A_{xj}^2 \cdot u_{B,xj}^2$$

kde A_{xj} jsou převodové koeficienty stanovené z příslušných partiálních derivací

$$A_{xj} = \frac{\partial F(X)}{\partial X_j}$$

u_{Bxj} jsou nejistoty typu B jednotlivých vstupních veličin.

Má-li X_j – tá veličina zdroje nejistot $Z_{j1} \dots Z_{jk} \dots Z_{jp}$

$$X_j = f(Z_{j1} \dots Z_{jk} \dots Z_{jp})$$

potom

$$u_{Bxj}^2 = \sum_{k=1}^p A_{xjk}^2 \cdot u_{Bxjk}^2$$

kde pro k-tý zdroj nejistoty je

$$A_{xjk} = \frac{\partial X_j}{\partial Z_{jk}}$$

3.3.6.4 Kombinovaná standardní nejistota

Získáme ji sloučením nejistot stanovených metodou A a metodou B pomocí vztahu

$$u_{Cy} = \sqrt{u_{Ay}^2 + u_{By}^2}$$

3.3.6.5 Rozšířená nejistota měření

Určí se podle vztahu

$$U = t_{P, v_{ef}} \cdot u_{Cy}$$

přičemž efektivní počet stupňů volnosti se bere podle Welch-Satterthwaitova vztahu

$$v_{ef} = \frac{u_{Cy}^4}{\sum_{i=1}^N \frac{u_{iy}^4}{v_i}} \leq \sum_{i=1}^N v_i$$

kde u_{iy} jsou standardní nejistoty jednotlivých složek, v_i jsou jejich stupně volnosti ($v = n - 1$).

S využitím tohoto vztahu je tedy též

$$\frac{u_{Cy}^4}{v_{ef}} = \frac{u_{Ay}^4}{v_{ef,A}} + \frac{u_{By}^4}{v_{ef,B}}$$

kde

$$\frac{u_{Ay}^4}{v_{ef,A}} = \sum_{j=1}^m \frac{A_{xj}^4 \cdot u_{Axj}^4}{v_j}$$

a rovněž

$$\frac{u_{By}^4}{v_{ef,B}} = \sum_{j=1}^m \frac{A_{xj}^4 \cdot u_{Bxj}^4}{v_j}$$

Při určení jednotlivých stupňů volnosti v_j pro nejistoty stanovené metodou B je třeba vycházet z počtu minulých měření, při nichž byly stanoveny příslušné nejistoty. Pokud vycházíme z hraničních hodnot, je $v_j \rightarrow \infty$ (neboť tyto hranice byly stanoveny pro velmi nízkou pravděpodobnost jejich překročení).

Efektivní počet stupňů volnosti zpravidla vyjde necelé číslo; zaokrouhuje se na celé číslo směrem dolů.

3.3.7 Všeobecné zásady pro udávání odhadů a jejich nejistot

Je třeba dodržovat následující zásady:

1. Výpočet nejistot je neoddelitelnou součástí zpracování a vyhodnocení naměřených údajů; **údaj nejistoty je součástí výsledku měření**. Výsledek měření se skládá z odhadu hodnoty měřené veličiny a příslušné nejistoty.
2. U každého údaje nejistoty musí být zřejmé, zda jde o standardní nebo rozšířenou nejistotu.
3. U údaje rozšířené nejistoty musí být uveden koeficient pokrytí případně metoda jeho stanovení.
4. Číselná hodnota nejistoty měření se uvádí maximálně na dvě platné číslice.

Při vyhodnocování měření je potřebné doplnit výsledek měření o další informace:

- model měření (pokud není zřejmý z textu),
- uvažované zdroje nejistot (případně zanedbané zdroje nejistot),
- způsob určení nejistot z jednotlivých zdrojů,
- nejistoty [a kovariance] jednotlivých zdrojů ,
- počet naměřených údajů z nichž jsou počítány nejistoty metodou A.

Rozsah uváděných informací závisí samozřejmě na charakteru dokumentu v němž se udávají nejistoty.

3.4 Literatura

- [1] Chudý, V. – Palenčár, R. – Kureková, E. – Halaj, M.: Meranie technických veličín. STU Bratislava 1999
- [2] Palenčár, R. – Vdoleček, F. – Halaj, M.: Nejistoty v měření I: vyjadřování nejistot. Automa, 2001, č. 7-8, 50-54 (www.automa.cz)
 - a. Nejistoty v měření II: nejistoty přímých měření. Automa, 2001, č. 10, 52-56
 - b. Nejistoty v měření III: nejistoty nepřímých měření. Automa, 2001, č. 12, 28-33
- [3] Mezinárodní slovník ČSN 01 0115 základních a všeobecných termínů v metrologii
- [4] Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement. ISO/TAG 4/WG3: First edition June 1992 [mám já], corrected and reprinted 1995
- [5] Vyjadřování nejistot při kalibracích. Dokument EAL-R2. Český institut pro akreditaci, prosinec 1997 [ALE = Evropská spolupráce pro akreditaci laboratoří]
- [6] Stanovenie neistôt pri meraniach. TPM 0051-93

P	k
0,80	1,28155
0,90	1,64485
0,95	1,95996
0,98	2,32635
0,99	2,57583
0,999	3,29053
0,9999	3,71902

P ... pravděpodobnost pokrytí

Tab. 1 Koeficient rozšíření při velkém počtu opakovaných měření ($n > 30$)

v	P					
	0,90	0,95	0,98	0,99	0,998	0,999
1	6,314	12,706	31,821	63,656	318,289	635,578
2	2,920	4,303	6,965	9,925	22,328	31,600
3	2,353	3,182	4,541	5,841	10,214	12,924
4	2,132	2,776	3,747	4,604	7,173	8,610
5	2,015	2,571	3,656	4,032	5,894	6,869
6	1,943	2,447	3,143	3,707	5,208	5,959
7	1,895	2,365	2,998	3,499	4,785	5,408
8	1,860	2,306	2,896	3,355	4,501	5,041
9	1,833	2,262	2,821	3,250	4,297	4,781
10	1,812	2,228	2,764	3,169	4,144	4,587
11	1,796	2,201	2,718	3,106	4,025	4,437
12	1,782	2,179	2,681	3,055	3,930	4,318
13	1,771	2,160	2,650	3,012	3,852	4,221
14	1,761	2,145	2,624	2,977	3,787	4,140
15	1,753	2,131	2,602	2,947	3,733	4,073
16	1,746	2,120	2,583	2,921	3,686	4,015
17	1,740	2,110	2,567	2,898	3,646	3,965
18	1,734	2,101	2,552	2,878	3,610	3,922
19	1,729	2,093	2,539	2,861	3,579	3,883
20	1,725	2,086	2,528	2,845	3,552	3,850
21	1,721	2,080	2,518	2,831	3,527	3,819
22	1,717	2,074	2,508	2,819	3,505	3,792
23	1,714	2,069	2,500	2,807	3,485	3,768
24	1,711	2,064	2,492	2,797	3,467	3,745
25	1,708	2,060	2,485	2,787	3,450	3,725
26	1,706	2,056	2,479	2,779	3,435	3,707
27	1,703	2,052	2,473	2,771	3,421	3,689
28	1,701	2,048	2,467	2,763	3,408	3,674
29	1,699	2,045	2,462	2,756	3,396	3,660
30	1,697	2,042	2,457	2,750	3,385	3,646
35	1,690	2,030	2,438	2,724	3,340	3,591
40	1,684	2,021	2,423	2,704	3,307	3,551
45	1,679	2,014	2,412	2,690	3,281	3,520
50	1,676	2,009	2,403	2,678	3,261	3,496
60	1,671	2,000	2,390	2,660	3,232	3,460
70	1,667	1,994	2,381	2,648	3,211	3,435
80	1,664	1,990	2,374	2,639	3,195	3,416
90	1,662	1,987	2,368	2,632	3,183	3,402
100	1,660	1,984	2,364	2,626	3,174	3,390
120	1,658	1,980	2,358	2,617	3,160	3,373
140	1,656	1,977	2,353	2,611	3,149	3,361
160	1,654	1,975	2,350	2,607	3,142	3,352
180	1,653	1,973	2,347	2,603	3,136	3,345
200	1,653	1,972	2,345	2,601	3,131	3,340
300	1,650	1,968	2,339	2,592	3,118	3,323
500	1,648	1,965	2,334	2,586	3,107	3,310
1000	1,646	1,962	2,330	2,581	3,098	3,300
∞	1,645	1,960	2,326	2,576	3,090	3,290

Tab. 2 Koeficient rozšíření při malém počtu opakovaných měření ($n < 30$)

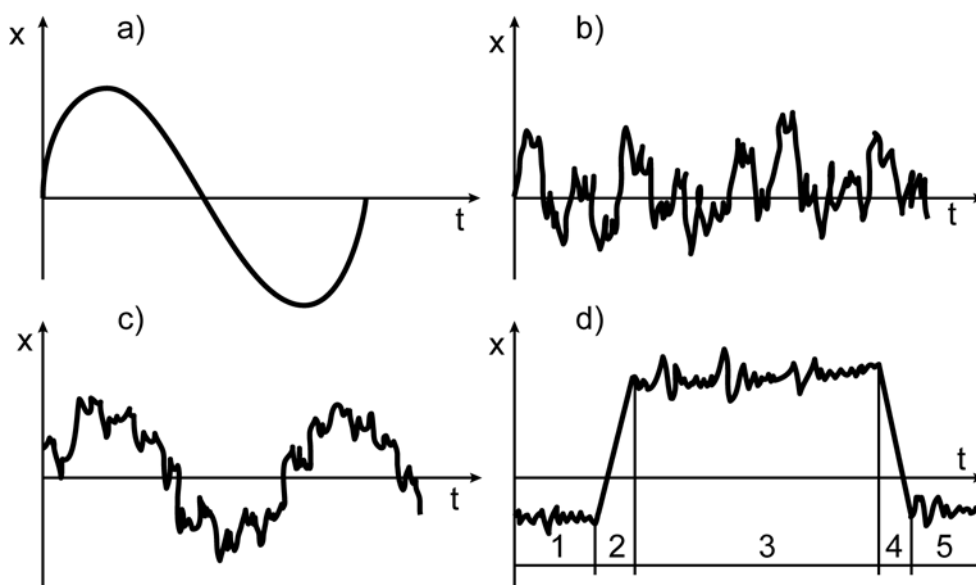
4. NÁHODNÉ PROCESY

4.1 Druhy procesů

Analýza dynamické soustavy zahrnuje jednak analýzu dynamických vlastností jako celku, jednak analýzu vstupních a výstupních veličin. V problematice zajímavější strojího inženýra jsou vstupními veličinami síly, dvojice sil, tlaky atp., výstupními veličinami nejčastěji namáhání, deformace, výchylky, zrychlení – přičemž všechny tyto veličiny jsou v naprosté většině funkcemi času. Všechny tyto jevy v čase proměnné je možno shrnout pod společný pojem *proces*.

V zásadě je možno rozdělit procesy na (obr. 4.1):

- a) deterministické,
- b) stochastické (náhodné),
- c) smíšené,
- d) nehomogenní.



obr. 4.1

ad a) U deterministických procesů můžeme jejich velikost v libovolném okamžiku určit obecně ze soustavy diferenciálních rovnic a známých počátečních podmínek. Při opakování experimentu za stejných podmínek probíhá deterministický proces vždy stejně.

ad b) U stochastických procesů není možno přesně předpovědět jejich velikost; lze je popsat pomocí charakteristik matematické statistiky. I při opakování experimentu za stejných podmínek poskytuje stochastický proces navzájem se lišící průběhy. Příklad: namáhání podvozku automobilu při jízdě terénem.

ad c) V praxi se často setkáváme s procesy, které obsahují deterministickou i stochastickou složku ve zhruba stejném poměru. Tento charakter má např. celá řada zatěžujících sil působících na stroje a zařízení v provozních podmínkách.

ad d) Posuzování a analýzu strukturně nehomogenního procesu lze uskutečnit pouze pro jeho homogenní části navzájem spojené úseky přechodového charakteru. Některé procesy mohou být natolik nestacionární (resp. nehomogenní), že je obtížné je matematicky jednoduše popsat.

4.2 Frekvenční analýza

Pro řešení řady úloh je účelné transformovat časový průběh procesu (v našem případě mechanických soustav ať již buzení nebo odezvy) do frekvenční oblasti, tedy nahradit jej posloupností jeho frekvenčních složek. Tato operace se nazývá **frekvenční (kmitočtová) analýza**. Takto získané frekvenční složky poskytují důležité informace především o zdrojích kmitání. Buzení libovolného časového průběhu (včetně rázů) je možno nahradit posloupností elementárních pulzů různých frekvencí a amplitud. To potom umožní vyšetřit u lineárních soustav odezvu na libovolné buzení. Z porovnání frekvenční analýzy buzení a odezvy je možno posoudit možnosti vzniku nebezpečných rezonančních stavů za různých provozních poměrů. Ze změny frekvenčních složek v průběhu používání konstrukce je možno usuzovat též na vznik a rozvoj porušení; této skutečnosti se využívá pro provozní diagnostiku.

U periodických procesů se určení amplitud a fázových úhlů jednotlivých harmonických složek nazývá harmonickou analýzou; užívá se k tomu rozvoje do Fourierovy řady. Získaná spektra (amplitudová a fázová) jsou diskrétní. U náhodných procesů se ke stejnému účelu provádí Fourierova integrální transformace; získaná spektra jsou spojitá. Pro zjištění působení jednotlivých zdrojů mechanického kmitání na mechanickou soustavu jsou důležitá výkonová spektra, vyjádřená výkonovou spektrální hustotou.

4.2.1 Fourierova řada

Každý periodický proces je možno interpretovat jako superpozici nekonečně mnoha elementárních průběhů sinového nebo kosinového tvaru.

Fourierova řada k dané funkci $x(t)$ (která splňuje Dirichletovy podmínky o spojitosti funkce v uvažovaném časovém intervalu) je nekonečná řada

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(k\omega t) + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin(k\omega t)$$

$$a_k = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \cos(k\omega t) dt$$

kde $k = 0, 1, 2, \dots$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \sin(k\omega t) dt$$

$k = 1, 2, \dots$

T ... základní perioda

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \dots \text{základní úhlová (kruhová) frekvence}$$

Vhodnější je vyjádření Fourierovy řady ve tvaru

$$x(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(k\omega t + \psi_k)$$

$k = 1, 2, \dots$

$$A_0 = \frac{a_0}{2} \quad A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2} \quad \psi_k = \arctg \frac{-b_k}{a_k}$$

Určování koeficientů A_k a ψ_k se nazývá **harmonickou analýzou**. Jednotlivé elementární průběhy $A_k \cos(k\omega t + \psi_k)$ jsou nazývány **harmonickými složkami** nebo jen harmonickými. Veličina A_k je pak **amplitudou** a ψ_k **fází harmonické složky**. Přiřazení amplitud ke kmitočtu se nazývá **spektrum amplitud**; přiřazení fázových úhlů ke kmitočtu je pak **spektrum fázových úhlů**.

Vzhledem k tomu, že koeficienty A_k jsou určeny jen hodnotami funkce v intervalu periodicity $(0, T)$, je možno sestavit Fourierovu řadu i k funkci, která není periodická, ale která je buď definována jen na intervalu $(0, T)$ nebo která je různá od nuly jen na konečném intervalu.

Výkonové spektrum periodického signálu představuje výkony jednotlivých harmonických složek na odporu 1Ω , čili posoupnost hodnot $A_k^2 / 2$, kde A_k jsou amplitudy jednotlivých harmonických složek. Toto spektrum popisuje frekvenční rozložení výkonu periodického signálu; součet všech jeho složek dává celkový výkon signálu.

U jednorázových (neperiodických) průběhů mluvíme o energetickém spektru, které je popsáno spojitou funkcí, tzv. energetickou spektrální hustotou.

4.2.2 Fourierova transformace

U Fourierovy transformace (zkráceně FT) se nahrazuje původní signál (**originál**) posoupností harmonických funkcí rozdílných frekvencí a fází tak, aby součet těchto jednoduchých vln dal originál. Tato **přímá FT** je definována vztahem

$$X(f) = F\{x(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi ft} dt = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot \exp(-j2\pi ft) dt$$

Komplexní funkce $X(f)$ se potom nazývá Fourierovou transformací nebo obrazem komplexní nebo reálné funkce $x(t)$.

Originály je pak možno získat z obrazů **zpětnou (inverzní) FT** definovanou vztahem

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) \cdot \exp(j2\pi ft) df$$

Ve složkovém tvaru

$$F\{x(t)\} = X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot \cos(2\pi ft) dt - j \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot \sin(2\pi ft) dt$$

$$X(f) = \operatorname{Re}\{X(f)\} - j \cdot \operatorname{Im}\{X(f)\}$$

Je-li funkce $x(t)$ sudá, tj. platí-li $x(-t) = x(t)$, pak funkce $x(t) \cdot \cos(2\pi ft)$ je také sudá a funkce $x(t) \cdot \sin(2\pi ft)$ je lichá; na uvedeném intervalu potom je

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot \sin(2\pi ft) dt = 0$$

a tedy

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot \cos(2\pi ft) dt = 2 \int_0^{\infty} x(t) \cdot \cos(2\pi ft) dt$$

Analogicky by se určila inverzní Fourierova transformace sudé funkce $x(t)$

$$x(t) = 2 \int_0^{\infty} X(f) \cdot \cos(2\pi ft) df$$

Mají-li být celkové energie v časové a frekvenční oblasti stejné (Parsevalův teorém), musí platit

$$\int_{-\infty}^{\infty} [x(t)]^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |X(f)|^2 df$$

Při zpracování náhodných procesů na počítači se vychází z navzorkovaných dějů. Zde se potom využívá **diskrétní Fourierova transformace** (DFT). V tomto případě má tedy jak originál tak i obraz diskrétní průběh. Výpočet DFT je časově náročný – předpokládá provést N^2 komplexních násobení a N^2 komplexních sčítání (N je počet vzorků). Tuto činnost efektivně zkracují algoritmy **rychlé Fourierovy transformace** (FFT).

4.3 Klasifikace náhodných procesů

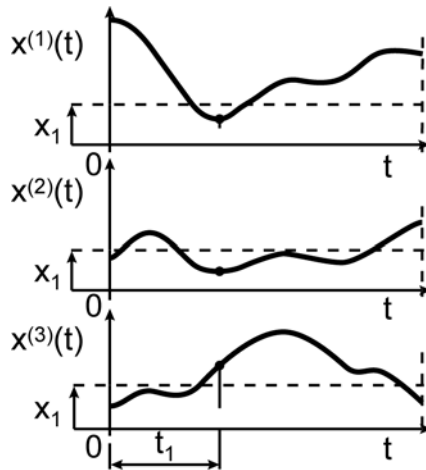
Využití teorie náhodných procesů v oblasti dynamiky, pevnosti a životnosti konstrukcí je zvláště významné, neboť převážná většina veličin, které se zde uplatňují má náhodný charakter.

Klasická teorie pravděpodobnosti studuje vlastnosti náhodně proměnných; v rámci pokusu nabývá tato proměnná předem neznámou jedinou hodnotu. Náhodný jev je „statický“.

V praxi se ale často setkáváme s proměnnými, které se v průběhu pokusu (tedy v závislosti na čase) mění (obvykle spojitě). Výsledkem náhodného pokusu je potom časová funkce, která nabývá náhodných hodnot. Náhodný proces potom můžeme charakterizovat jako množinu možných rozdílných funkcí času, tzv. **realizací** náhodného procesu. U náhodného procesu je čas t spojitý parametr; nabývá-li pouze diskrétních hodnot, mluvíme o náhodné posloupnosti.

4.3.1 Charakteristiky souboru realizací

Uvažujme řez stochastickým procesem $X(t)$ v čase $t = t_1$ (obr. 4.2)



obr. 4.2

Potom je možno definovat pravděpodobnost

$$P[X(t_1) \leq x_1] = F(x_1, t_1)$$

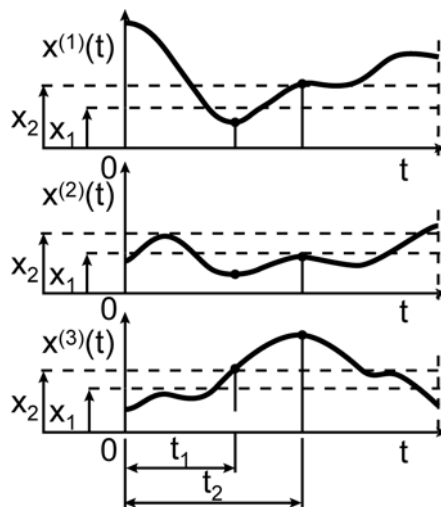
Tato funkce dvou proměnných x_1 , t_1 se nazývá jednorozměrná distribuční funkce. Z ní plyne jednorozměrná hustota pravděpodobnosti

$$f(x_1, t_1) = \frac{\partial F(x_1, t_1)}{\partial x_1}$$

Obdobně je možno definovat dvourozměrnou distribuční funkci a dvourozměrnou hustotu pravděpodobnosti (obr. 4.3) :

$$P[X(t_1) \leq x_1; X(t_2) \leq x_2] = F(x_1, t_1; x_2, t_2)$$

$$f(x_1, t_1; x_2, t_2) = \frac{\partial^2 F(x_1, t_1; x_2, t_2)}{\partial x_1 \partial x_2}$$



obr. 4.3

Podobně by bylo možno postupovat k dalším, vícerozměrnějším charakteristikám.

4.3.2 Stacionární procesy

Užší kategorií náhodných procesů jsou stacionární procesy. Podmínku stacionarity je možno klást různě:

- a) za stacionární náhodný proces se považuje takový proces, jehož hustoty pravděpodobnosti libovolného řádu (tj. prvního, druhého atd. až n-tého) se nemění při změně počátku, od něhož počítáme čas. Tak např. pro n-tý řád

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_n) = f(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1 + \tau, t_2 + \tau, \dots, t_n + \tau)$$

Tyto hustoty pravděpodobnosti jsou tedy časově invariantní.

Procesy splňující tuto podmínku se nazývají **stacionární v úzkém smyslu** nebo též **silně (striktně) stacionární**.

- b) za stacionární stochastický proces se považuje takový proces, jehož jednorozměrné a dvourozměrné hustoty pravděpodobnosti jsou časově invariantní (hustoty pravděpodobnosti vyšších řádů mohou být časově závislé). Takové procesy se nazývají **stacionární v širším smyslu** nebo **slabě stacionární** nebo též stacionární procesy druhého řádu. Těmito procesy se budeme v dalším zabývat.

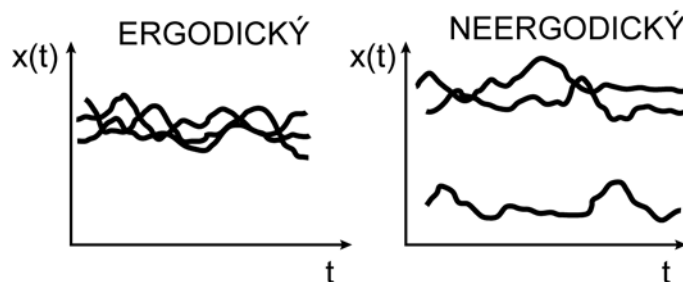
Je tedy u nich:

- jednorozměrná hustota pravděpodobnosti nezávislá na čase t ,
- dvourozměrná hustota pravděpodobnosti je kromě argumentů x_1 a x_2 funkcí pouze rozdílu proměnných $t_2 - t_1 = \tau$, tj. funkcí pouze jedné další spojité proměnné.

4.3.3 Ergodické procesy

Ergodické procesy jsou významnou podskupinou stacionárních procesů.

Zjednodušeně je možno říci, že proces je ergodický, jestliže každá samostatná realizace náhodné funkce se jeví jako „zplnomocněný představitel“ celého souhrnu možných realizací. Jedna realizace při dostatečné délce může při zpracování nahradit množinu realizací téže délky (tak je tomu na obr. 4.4a, nikoliv však na obr. 4.4b).



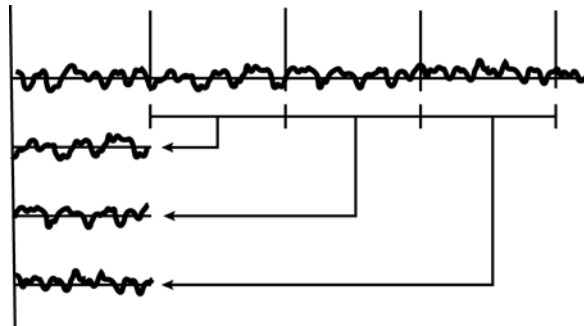
obr. 4.4

Podle přesnější definice nazýváme náhodný proces ergodickým, jestliže každou statistickou charakteristiku, kterou jsme získali jako střední hodnotu na množině možných realizací, můžeme (s pravděpodobností blízkou jedné) získat z jediné realizace náhodného procesu za dostatečně dlouhý časový interval. V tomto případě se jedná o **striktně (silně) ergodický** proces. Pokud se uvedené vlastnosti vztahují pouze na střední hodnotu a korelační (nebo kovarianční) funkci, jedná se o proces **slabě ergodický (ergodický v širším smyslu)**.

Ergodicita a stacionarita náhodného procesu jsou dvě nezávislé vlastnosti. Nutnou podmínkou ergodicity je stacionarita; není to však podmínka postačující.

Prakticky je náhodný proces ergodický (v širším smyslu), když je stacionární v širším smyslu a jeho střední hodnota v čase (časová střední hodnota) a korelační funkce v čase (časová korelační funkce) jsou pro všechny realizace stejné. Výsledky rozborů ukazují, že převážnou většinu procesů je možno pokládat za ergodické.

Při řešení konkrétní úlohy však předem obvykle nevíme, zda vyšetřovaný proces vyhovuje podmínkce stacionarity a jsme-li tedy oprávněni použít vztahy založené na ergodických vlastnostech. Potom se často postupuje následujícím způsobem (obr. 4.5):



obr. 4.5

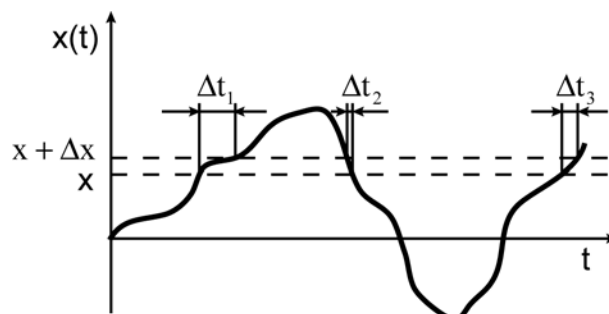
1. předpokládáme stacionárnost a ergodičnost analyzovaného procesu,
2. rozdělíme celý záznam na několik dílčích souborů,
3. každý soubor považujeme za ergodický a vyhodnotíme jejich charakteristiky,
4. jsou-li rozdíly středních hodnot a rozptylů u jednotlivých souborů statisticky nevýznamné, jedná se o stacionární proces a u něho usuzujeme na oprávněnost ergodicity. Ukáže-li se, že se jedná o nestacionární proces, je nutno použít zvláštních vyhodnocovacích postupů.

4.4 Charakteristiky ergodických procesů

4.4.1 Charakteristiky v časové oblasti

4.4.1.1 Hustota pravděpodobnosti

Uvažujme záznam realizace procesu (obr. 4.6).



obr. 4.6

Potom pravděpodobnost, že $x(t)$ bude ležet v mezích od x do $(x + \Delta x)$ je dána poměrem T_x / T , kde T_x je součet všech t_i :

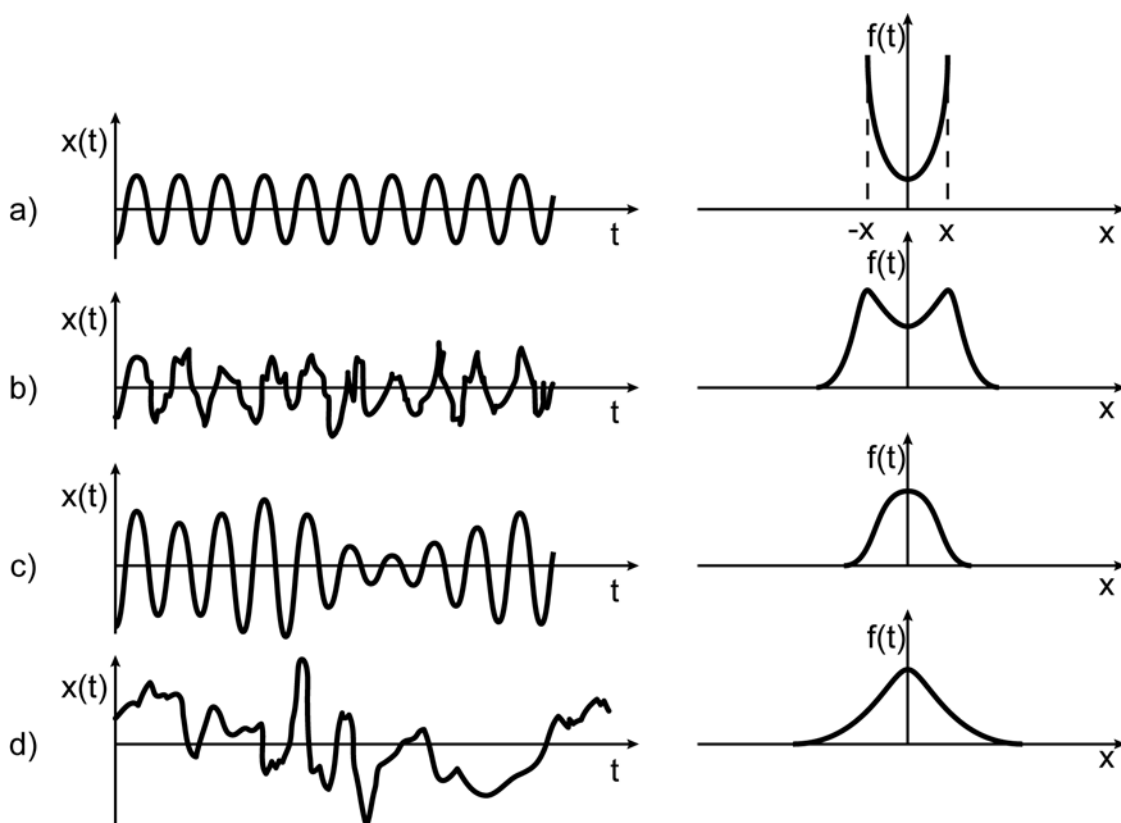
$$P[x < x(t) \leq x + \Delta x] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{T_x}{T}$$

Hustota pravděpodobnosti potom je

$$f(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P[x < x(t) \leq x + \Delta x]}{\Delta x}$$

Pro malé Δx je

$$f(x) = \frac{1}{\Delta x} \left[\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{T_x}{T} \right]$$



obr. 4.7

Na obr. 4.7 jsou ukázány:

- a) harmonický proces,
- b) harmonický proces se superponovaným náhodným šumem,
- c) úzkopásmový náhodný proces,
- d) širokopásmový náhodný proces

4.4.1.2 Časové hodnoty momentů

První obecný moment v čase (časová střední hodnota)

$$m_1[x(t)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt = \bar{x}$$

Druhý obecný moment v čase je

$$m_2[x(t)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^{\infty} [x(t)]^2 dt = \psi_x^2$$

Z něho plyne efektivní hodnota

$$x_{ef} = +\sqrt{m_2[x(t)]}$$

Časový rozptyl (druhý centrální moment v čase)

$$\mu_2[x(t)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T [x(t) - \bar{x}]^2 dt = \sigma_x^2 = \psi_x^2 - \bar{x}^2$$

Ondobně by bylo možno definovat i další obecné a centrální momenty.

Pro posouzení procesu jsou užitečné i dvě další charakteristiky; jsou to koeficient šikmosti (asymetrie)

$$As = \frac{\mu_3}{(\mu_2)^{3/2}}$$

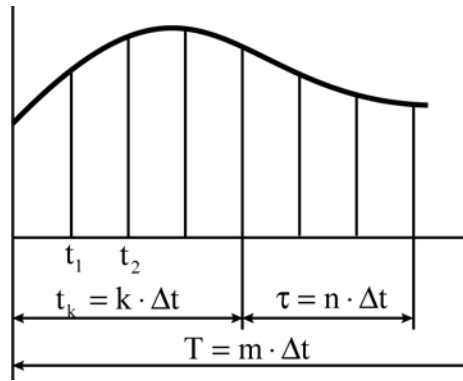
při $As > 0$ je modus menší než střední hodnota
 při $As < 0$ je modus větší než střední hodnota

koeficient špičatosti (excesu)

$$Ex = \frac{\mu_4}{(\mu_2)^2} - 3$$

při $Ex > 0$ je rozložení hustoty pravděpodobnosti „ostřejší“ než Gaussovo
 při $Ex < 0$ je rozložení hustoty pravděpodobnosti plošší než Gaussovo

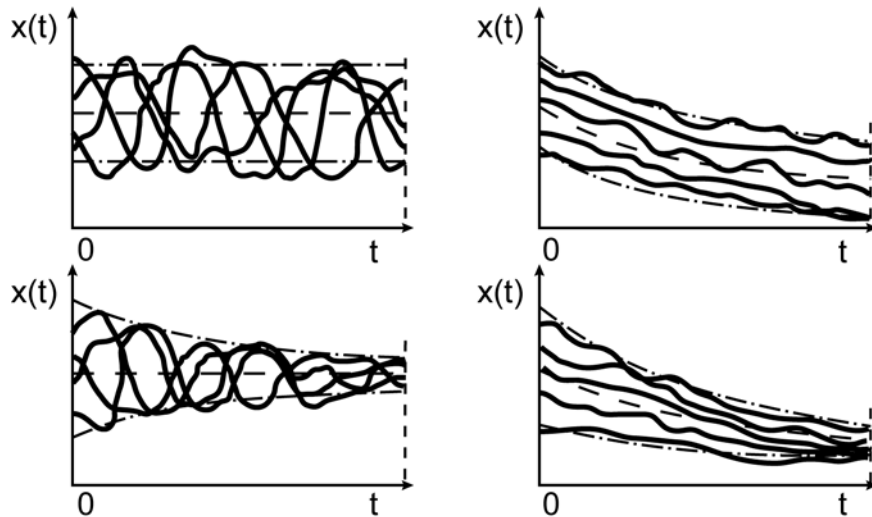
Při praktickém zpracování těchto procesů na počítači je spojitý průběh nahrazen diskrétními hodnotami, získanými vzorkováním v časových okamžicích t_k , kde $k = 1, 2, \dots, m$ (obr. 4.8).



obr. 4.8

4.4.1.3 (Časová) autokorelační a autokovarianční funkce

Na obr. 4.9 jsou uvedeny ukázky náhodných procesů, z nichž je zřejmé, že jak střední hodnota, tak ani rozptyl nepostihují vnitřní stav procesu.



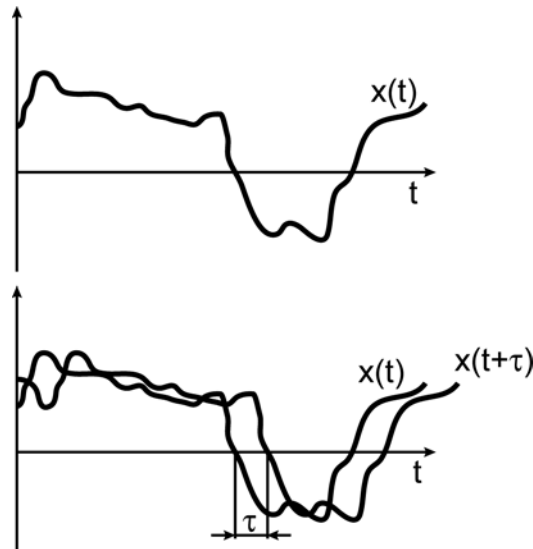
obr. 4.9

K tomu napomáhají momenty získané ze dvou řezů v časových okamžicích t_1 , t_2 – autokorelační funkce $R_{xx}(\tau)$ (jedná-li se o necentrováný proces) a autokovarianční funkce $K_{xx}(\tau)$ (jedná-li se o centrováný proces).

Autokorelační funkce je definována vztahem

$$R_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \cdot x(t + \tau) dt$$

Geometrický význam této funkce je znázorněn na obr. 4.10, kde je vedle průběhu realizace $x(t)$ nakreslen též její průběh posunutý o časový interval τ .



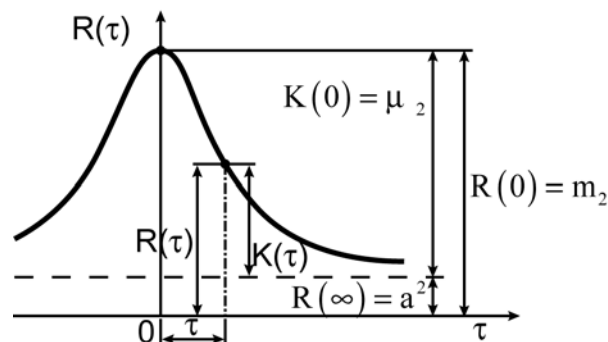
obr. 4.10

Obě křivky se od sebe více (vpravo) nebo méně (vlevo) liší, Mírou jejich rozdílu vlivem časového posunutí τ je plocha pod novou křivkou, vzniklou součinem $x(t) \cdot x(t + \tau)$; výška obdélníka o stejné ploše odpovídá časové korelační funkci.

Obdobně platí pro centrované procesy autokovarianční funkce

$$K_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T [x(t) - \bar{x}] \cdot [x(t + \tau) - \bar{x}] dt = R_{xx}(\tau) - \bar{x}^2$$

Odchylky procesu od jeho střední hodnoty se nazývají fluktuacemi procesu. O autokovarianční funkci je pak možno hovořit jako o korelační funkci fluktuací.



obr. 4.11

Na obr. 4.11 jsou naznačeny některé další vlastnosti korelační funkce:

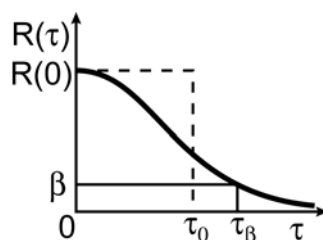
$$\lim_{\tau \rightarrow 0} R_{xx}(\tau) = R_{xx}(0) = m_2 [x(t)]$$

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} R_{xx}(\tau) = R(\infty) = \bar{x}^2$$

$$R(\tau) = R(-\tau)$$

$$R(0) > R(\tau)$$

Z tohoto obrázku je patrný pokles $R_{xx}(\tau)$ ke čtverci střední hodnoty a pokles $K_{xx}(\tau)$ k nule pro $\tau \rightarrow \infty$. Prakticky je však možno hovořit o nekorelovatelnosti náhodných proměnných ze dvou řezů, jestliže je časový rozdíl τ dostatečně velký. Tato doba se potom nazývá interval korelace (obr. 4.12).



obr. 4.12

Ten je definován buď jako

- doba τ_β , při níž hodnota korelační funkce klesne pod zvolenou hodnotu β , nebo jako
- délka τ_0 obdélníka s výškou $R(0)$, jehož plocha je rovna ploše pod křivkou $R(\tau)$ pro $\tau \rightarrow \infty$.

$$\tau_0 = \frac{I}{R_{xx}(0)} \int_0^{\infty} R_{xx}(\tau) d\tau$$

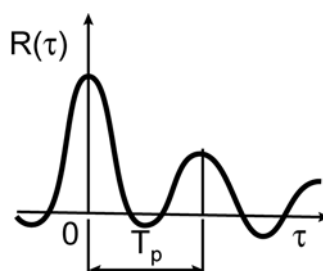
Jestliže k náhodné funkci $x(t)$ přičteme deterministickou funkci $\xi(t)$, získáme náhodnou funkci

$$y(t) = x(t) + \xi(t)$$

Pro autokovarianční funkci pak platí

$$K_{yy}(\tau) = K_{xx}(\tau)$$

Jestliže obsahuje stacionární proces periodickou složku, objeví se to charakteristickým způsobem na průběhu autokorelační funkce (obr. 4.13); lze na něm odečíst periodu této periodické složky.



obr. 4.13

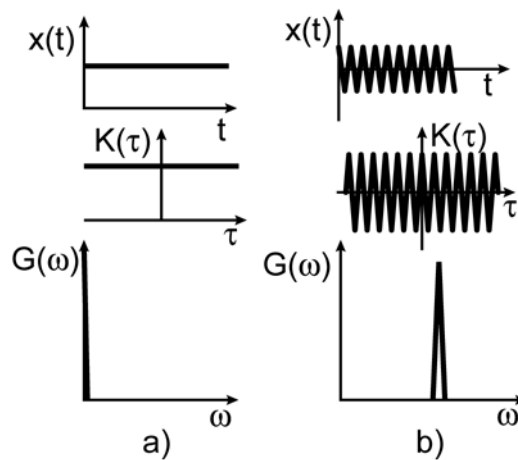
Pro vzájemné porovnání stacionárních procesů se používá normovaná autokorelační funkce (součinitel autokorelace)

$$\rho_{xx}(\tau) = \frac{R_{xx}(\tau)}{m_2[x(t)]} = \frac{R_{xx}(\tau)}{R_{xx}(0)}$$

pro níž platí

$$\rho_{xx}(0) = 1 \quad \rho_{xx}(-\tau) = \rho_{xx}(\tau) \quad \rho_{xx}(\tau) \leq 1$$

Příklady autokorelačních funkcí deterministických procesů jsou uvedeny na obr. 4.14.

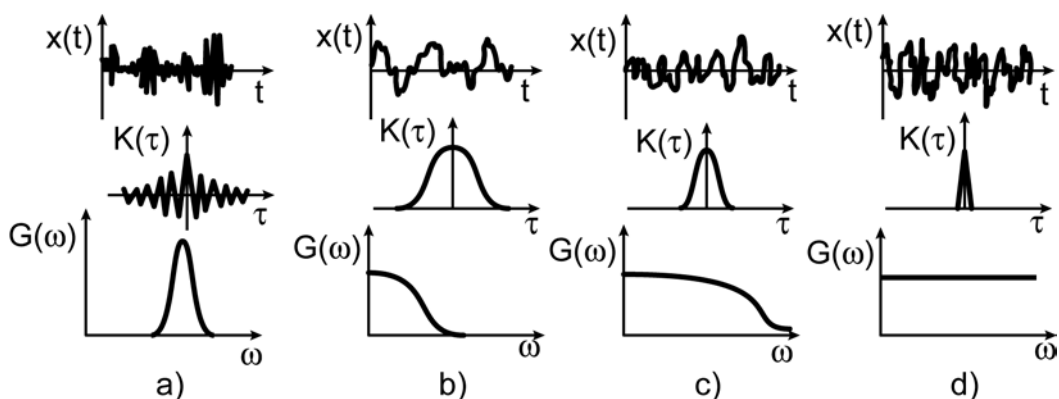


obr. 4.14

Zde je:

- a) konstantní funkce,
- b) harmonický proces.

Na obr. 4.15 jsou potom ukázky pro stacionární náhodné procesy.



obr. 4.15

- a) úzkopásmový proces,
- b) náhodný proces s frekvenčním omezením střední velikosti,

- c) širokopásmový proces,
- d) teoretický „bílý šum“

Závěrem tedy můžeme shrnout technický význam určování korelační funkce:

1. informuje nás o frekvenčních složkách procesu; názorněji však tuto službu poskytne průběh výkonové spektrální hustoty. Dříve se výkonová spektrální hustota získávala Fourierovou transformací korelační funkce;
2. normovaná autokorelační (nebo autokovarianční) funkce umožňuje porovnání dvou nebo více náhodných procesů vzhledem k typu korelační funkce;
3. autokorelační funkce umožňuje analyzovat náhodné procesy obsahující periodické složky.

4.4.2 Charakteristiky ve frekvenční oblasti

4.4.2.1 Výkonová spektrální hustota (VSH)

Tato charakteristika popisuje náhodný proces ve frekvenční oblasti. (U dvou náhodných procesů to je potom vzájemná výkonová spektrální hustota.)

4.4.2.1.1 Fyzikální představa VSH

Uvažujme ergodický centrovaný proces v intervalu $(0, T)$. Jeho kovarianční funkce $K_{xx}(\tau)$ je sudá funkce s periodou $T = 2\pi/\omega$. V intervalu $(0, T)$ ji rozvineme do Fourierovy řady

$$K_{xx}(\tau) = \sum_{k=0}^{\infty} D_k \cdot \cos(\omega_k \tau)$$

kde (pro $k = 0, 1, 2$ atd.)

$$\omega_k = k \cdot \omega = k \cdot \frac{2\pi}{T}$$

$$D_k = \frac{2}{T} \int_0^T K_{xx}(\tau) \cdot \cos(\omega_k \tau) d\tau$$

nebo též (pro $k = 0, \pm 1, \pm 2$ atd.)

$$D_k = \frac{1}{T} \int_{-T}^T K_{xx}(\tau) \cdot \cos(\omega_k \tau) d\tau$$

Tento výraz využijeme v dalším.

Pro $\tau = 0$ je

$$K_{xx}(\tau) = K_{xx}(0) = \mu_2[x(t)] = \sum_{k=0}^{\infty} D_k$$

D_k je tedy rozptyl způsobený frekvencí ω_k .

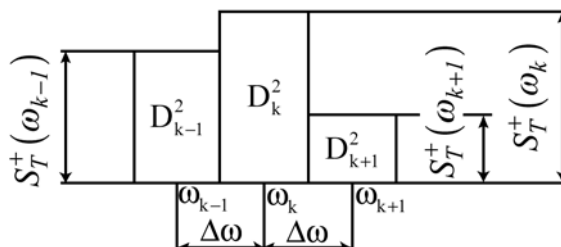
Vzdálenost mezi jednotlivými frekvencemi je

$$\Delta\omega = \omega_k - \omega_{k-1} = \frac{2\pi}{T}$$

Čím bude T větší, tím bude $\Delta\omega$ menší a tím jemnější bude rozklad celkového rozptylu procesu vzhledem k frekvencím.

Vytvoříme podíly (obr. 4.16)

$$\frac{D_k}{\Delta\omega} = S_T^+(\omega_k)$$



obr. 4.16

Potom

$$D_k = \frac{1}{T} \int_{-T}^T K_{xx}(\tau) \cdot \cos(\omega_k \tau) d\tau = S_T^+(\omega_k) \cdot \Delta\omega$$

a z toho

$$S_T^+(\omega_k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-T}^T K_{xx}(\tau) \cdot \cos(\omega_k \tau) d\tau = \frac{1}{\pi} \int_0^T K_{xx}(\tau) \cdot \cos(\omega_k \tau) d\tau = \frac{1}{2} G_T^+(\omega_k)$$

Je tedy

$$G_T^+(\omega_k) = \frac{2}{\pi} \int_0^T K_{xx}(\tau) \cdot \cos(\omega_k \tau) d\tau$$

$G_T^+(\omega_k)$ je rozpojitá funkce výkonové spektrální hustoty pro $k = 1, 2$, atd.

Pro jednotlivá k (a tedy odpovídající úhlové frekvence) lze určit hodnoty funkce $G_T^+(\omega_k)$ a jim příslušné rozptyly. Tyto dílčí rozptyly D_k jsou způsobeny úhlovými frekvencemi, které leží v intervalech $\omega_k - \Delta\omega/2$, $\omega_k + \Delta\omega/2$.

Uvážíme dále, že pro rozptyl harmonického procesu (s amplitudou A) platí

$$\mu_2[x(t)] = \frac{A^2}{2} \quad A = \sqrt{2 \cdot \mu_2[x(t)]}$$

a tedy též

$$A_k = \sqrt{2D_k} = \sqrt{2G_T^+(\omega_k) \cdot \Delta\omega}$$

což je amplituda harmonického procesu $A_k \cdot \sin(\omega_k t + \psi_k)$, který lze přiřadit ke každému frekvenčnímu intervalu, přičemž rozptyly tohoto harmonického procesu a D_k jsou stejné. Velikosti amplitud A_k charakterizují to, jak významně je v náhodném procesu obsažen příslušný frekvenční interval $\omega_k - \Delta\omega/2$, $\omega_k + \Delta\omega/2$.

Pro rostoucí $T \rightarrow \infty$ bude $G_T^+(\omega_k) \rightarrow G^+(\omega)$, takže jednostranná spektrální výkonová hustota bude

$$G_{xx}^+(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} K_{xx}(\tau) \cdot \cos(\omega\tau) d\tau$$

Obdobně – pro $T \rightarrow \infty$ - bychom dostali i oboustrannou výkonovou spektrální hustotu

$$S_{xx}^+(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K_{xx}(\tau) \cdot \cos(\omega\tau) d\tau = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} K_{xx}(\tau) \cdot \cos(\omega\tau) d\tau = \frac{1}{2} G_{xx}^+(\omega)$$

Rozměr výkonové spektrální hustoty je tedy $[U^2 / \text{rad}]$.

Podobným postupem – dosazením

$$D_k = S_T^+(\omega_k) \cdot \Delta\omega$$

dostaneme

$$K_{xx}(\tau) = \sum_{k=0}^{\infty} D_k \cdot \cos(\omega_k \tau) = \sum_{k=0}^{\infty} S_T^+(\omega_k) \cdot \Delta\omega \cdot \cos(\omega_k \tau)$$

Po přechodu na integrál

$$K_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{xx}^+(\omega) \cdot \cos(\omega\tau) d\omega = 2 \int_0^{\infty} S_{xx}^+(\omega) \cdot \cos(\omega\tau) d\omega = \int_0^{\infty} G_{xx}^+(\omega) \cdot \cos(\omega\tau) d\omega$$

Poznámka

Kromě shora uvedených vztahů se užívají i některé jiné, které se liší konstantami před znakem integrálu. Zde uvedené vztahy se užívají přednostně, neboť $S(\omega)$ a $G(\omega)$ znamenají přímo rozklad rozptylu ve správných fyzikálních veličinách, bez nutnosti úpravy násobnou konstantou.

V technických aplikacích se pracuje spíše s frekvencí f než s kruhovou frekvencí ω . Protože pro $\tau = 0$ musí platit

$$K_{xx}(0) = \text{rozptyl} = \int_0^{\infty} G_{xx}^+(\omega) d\omega = \int_0^{\infty} G_{xx}(f) df = \text{plocha}$$

plyne z toho s uvážením $d\omega = 2\pi \cdot df$

$$G_{xx}(f) = 2\pi \cdot G_{xx}^+(\omega)$$

a tedy též

$$G_{xx}(f) = 4 \int_0^{\infty} K_{xx}(\tau) \cdot \cos(2\pi f\tau) d\tau = 2S_{xx}(f)$$

Rozměr výkonové spektrální hustoty je potom $[U^2 / \text{Hz}]$.

Výkonová spektrální hustota umožňuje stanovit výkon v určitém frekvenčním pásmu f_1, f_2 :

$$P(f_1, f_2) = \int_{f_1}^{f_2} G_{xx}(f) df$$

Platí též

$$K_{xx}(\tau) = \int_0^{\infty} G_{xx}(f) \cdot \cos(2\pi f\tau) df = 2 \int_0^{\infty} S_{xx}(f) \cdot \cos(2\pi f\tau) df$$

Pro necentrováný proces nahradíme $K_{xx}(\tau)$ autokorelační funkcí $R_{xx}(\tau)$, takže např.

$$G_{xx}(f) = 4 \int_0^{\infty} R_{xx}(\tau) \cdot \cos(2\pi f\tau) d\tau = 2S_{xx}(f)$$

$$R_{xx}(\tau) = \int_0^{\infty} G_{xx}(f) \cdot \cos(2\pi f\tau) df = \int_{-\infty}^{\infty} S_{xx}(f) \cdot \cos(2\pi f\tau) df$$

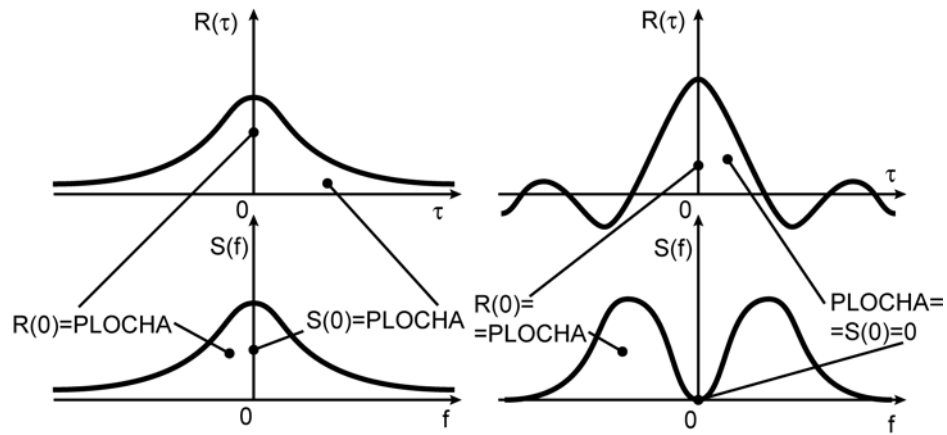
Pro $f = 0$

$$S_{xx}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) d\tau$$

Pro $\tau = 0$

$$R_{xx}(0) = m_2[x(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} S_{xx}(f) df = \int_0^{\infty} G_{xx}(f) df$$

Uvedené souvislosti jsou graficky znázorněny na obr. 4.17.



obr. 4.17

Pro vzájemné porovnání funkcí spektrálních hustot se užívá normovaná funkce spektrální hustoty

$$S_{xx}^{nor}(f) = \frac{S_{xx}(f)}{R_{xx}(0)}$$

$$G_{xx}^{nor}(f) = \frac{G_{xx}(f)}{R_{xx}(0)}$$

4.4.2.1.2 VSH a periodogram

Je-li doba měření T , pak lze pro každou realizaci vypočítat **frekvenční spektrum**

$$X_T(f) = \int_0^T x(t) \cdot e^{-j2\pi ft} dt = \int_{-\infty}^{\infty} x_T(t) \cdot e^{-j2\pi ft} dt$$

Funkce $Z(f)$

$$Z(f) = \frac{1}{T} |X_T(f)|^2$$

se nazývá **periodogram**.

Střední hodnota těchto souboru funkcí dává pro $T \rightarrow \infty$ výkonovou spektrální hustotu náhodného procesu

$$S_{xx}'(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} E \left\{ \frac{1}{T} |X_T(f)|^2 \right\}$$

Pomocí jedné realizace je možno výkonovou spektrální hustotu definovat

$$S_{xx}(f) = \lim_{\Delta f \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta f} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{f-\frac{\Delta f}{2}}^{f+\frac{\Delta f}{2}} |X_T(f)|^2 df$$

Přitom $\Delta f \rightarrow 0$ a $T \rightarrow \infty$; odtud

$$S_{xx}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} |X_T(f)|^2$$

4.4.2.1.3 VSH a Fourierova transformace $R_{xx}(\tau)$

Původní signál = *originál*.

Výkonová spektrální hustota náhodného procesu $x(t)$ je Fourierovou transformací jeho autokorelační funkce

$$S_{xx}(f) = F\{R_{xx}(\tau)\} = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) \cdot \exp(-j2\pi f\tau) d\tau$$

Protože $R_{xx}(\tau)$ je reálná sudá funkce, je (viz odst. o Fourierově transformaci)

$$S_{xx}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) \cdot \cos(2\pi f\tau) d\tau = 2 \int_0^{\infty} R_{xx}(\tau) \cdot \cos(2\pi f\tau) d\tau$$

a rovněž

$$G_{xx}(f) = 2S_{xx}(f) = 4 \int_0^{\infty} R_{xx}(\tau) \cdot \cos(2\pi f\tau) d\tau$$

Podobným způsobem bychom dostali korelační funkci zpětnou Fourierovou transformací výkonové spektrální hustoty

$$R_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{xx}(f) \cdot \cos(2\pi f\tau) df = 2 \int_0^{\infty} S_{xx}(f) \cdot \cos(2\pi f\tau) df = \int_0^{\infty} G_{xx}(f) \cdot \cos(2\pi f\tau) df$$

Tyto vztahy odvodili N. Wiener a A.J. Chinčín.

4.4.2.1.4 Různé způsoby prezentace spektra

Nejčastěji se frekvenční spektrum prezentuje pomocí **jednostranné výkonové spektrální hustoty** $G_{xx}(f)$ s fyzikálním rozměrem $[U^2 / Hz]$ kde U je rozměr vyšetřované náhodné veličiny. Protože pro centrovaný náhodný proces platí

$$G_{xx}(f) \cdot \Delta f = \sigma^2 = \frac{A^2}{2}$$

je možno určit ekvivalentní amplitudu harmonického procesu

$$A = \sqrt{2G_{xx}(f)} \cdot \Delta f$$

kde Δf je rozdíl frekvencí sousedních složek spektra (krok v odhadu výkonové spektrální hustoty při číslicovém zpracování signálu); odpovídá rozlišovací schopnosti analýzy:

$$\Delta f = \frac{f_{vz}}{N} = \frac{1}{N \cdot T_{vz}} = \frac{1}{T}$$

Zde je f_{vz} vzorkovací frekvence ($f_{vz} = 1 / T_{vz}$), N je počet vzorků, T je délka vyhodnocovaného úseku. Maximální možná vyhodnocovaná frekvence je potom $f_{vz} / 2$.

Pro spektra s významnými izolovanými složkami je vhodnější používat přímo **výkonové spektrum**, jehož složky mají jednotky výkonu [U^2]. Výkonové spektrum se získá násobením složek výkonové spektrální hustoty rozdílem frekvencí složek spektra Δf .

Další možností je prezentace **spektra s efektivními hodnotami** složek; jednotlivé složky, mající rozměr [U], se získají odmocněním složek výkonového spektra.

U procesů představujících přechodový děj je vhodné uvádět **energetickou spektrální hustotu**. Její složky, vzniknou vynásobením složek výkonové spektrální hustoty dobou trvání záznamu. Mají rozměr [$U^2 \cdot s/Hz$].

4.4.2.2 Cepstrum

Je vhodné pro určení harmonických složek ve frekvenčním spektru.

Cepstrum (výkonové autospektrum) $C_{xx}(\tau)$ je nejčastěji definováno jako inverzní Fourierova transformace logaritmu výkonové spektrální hustoty :

$$C_{xx}(\tau) = F^{-1} \{ \log S_{xx}(f) \}$$

Soubor harmonických je potom v cepstru vyjádřen jediným maximem.

Pro definice veličin takovéto úpravy se ujalo specifické názvosloví, vycházející z označení určité veličiny uplatněním přesmyčky:

spektrum	→ cepstrum	harmonické	→ rahmonické
frekvence	→ quefrence	filtrování	→ liftrování
atd.			

4.5 Charakteristiky systému dvou ergodických náhodných procesů

Budeme tím rozumět dva náhodné procesy, které jsou navzájem v určitém vztahu – ať již geometrickém (např. složky rypných sil) nebo fyzikálním (např. závislost mezi vstupem-buzením a výstupem-odezvou mechanické soustavy). Může se dokonce jednat i o procesy, mezi nimiž není – na první pohled – zřejmá souvislost.

Uvažujme v dalším systém dvou stacionárních ergodických procesů $X(t)$ a $Y(t)$. K vyjádření vzájemných statistických vazeb mezi těmito dvěma procesy se používá vzájemná

korelační (resp. kovarianční) funkce a vzájemná výkonová spektrální hustota (oboustranná nebo jednostranná).

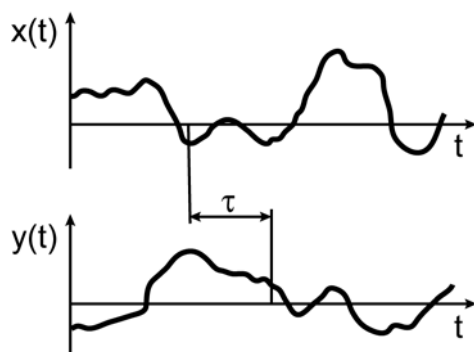
4.5.1 Vzájemná korelační a vzájemná kovarianční funkce

Tyto funkce jsou definovány vztahy (obr. 4.18)

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \cdot y(t + \tau) dt$$

$$K_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \{x(t) - m_x[x(t)]\} \cdot \{y(t + \tau) - m_x[y(t + \tau)]\} dt$$

$$K_{xy}(\tau) = R_{xy}(\tau) - m_x[x(t)] \cdot m_x[y(t)]$$



obr. 4.18

$R_{xy}(\tau)$ je reálná funkce, která však může nabývat jak kladných, tak i záporných hodnot. Na rozdíl od autokorelační funkce však vzájemná korelační funkce nemusí nabývat svého maxima pro $\tau = 0$ a nemusí být sudou funkcí. Platí pro ni:

$$R_{xy}(-\tau) = R_{xy}(\tau) \quad |R_{xy}(\tau)|^2 \leq R_x(0) \cdot R_y(0)$$

$$|R_{xy}(\tau)| \leq \frac{1}{2} [R_x(0) + R_y(0)]$$

Nejsou-li uvažované náhodné procesy korelované, je jejich vzájemná kovarianční funkce nulová pro všechna posunutí τ a vzájemná korelační funkce

$$R_{xy}(\tau) = \frac{m_x[x(t)]}{m_x[y(t)]}$$

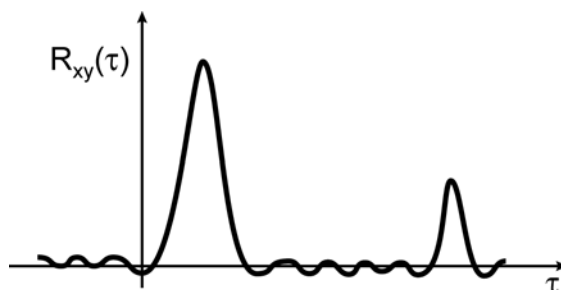
pro všechna τ .

Jsou-li oba náhodné procesy korelované, je funkce $K_{xy}(\tau)$ alespoň pro některá τ nenulová a pro určité τ dosahuje maxima.

Osahuje-li x, y periodickou část, má vzájemná korelační funkce pro větší posunutí τ periodický průběh.

Vzájemná korelační funkce náhodných procesů $x(t)$ a $y(t)$ je inverzní Fourierovou transformací jejich vzájemné výkonové spektrální hustoty $S_{xy}(f)$.

Příklad vzájemné korelační funkce je uveden na obr. 4.19.



obr. 4.19

Pro porovnání procesů lze užít normovanou vzájemnou kovarianční funkci

$$\rho_{xy}(\tau) = \frac{K_{xy}(\tau)}{\sqrt{K_{xx}(\tau) \cdot K_{yy}(\tau)}}$$

4.5.2 Vzájemná výkonová spektrální hustota

Tato funkce je dána Fourierovou transformací vzájemné korelační funkce

$$S_{xy}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xy}(\tau) \cdot \exp(-j2\pi f\tau) d\tau$$

Jednostranná vzájemná výkonová spektrální hustota

$$\begin{aligned} G_{xy}(f) &= 2S_{xy}(f) && \text{pro } 0 \leq f < \infty \\ G_{xy}(f) &= 0 && \text{pro ostatní } f \end{aligned}$$

Protože vzájemná korelační funkce není sudou funkcí, je vzájemná výkonová spektrální hustota obvykle komplexní veličinou, tj. tvaru

$$G_{xy}(f) = C_{xy}(f) - jQ_{xy}(f)$$

kde

$C_{xy}(f)$ je koincidenční nebo synfázní spektrum; je to sudá funkce

$Q_{xy}(f)$ je kvadrurní spektrum; je to lichá funkce

Vzájemnou výkonovou spektrální hustotu je možno též vyjádřit ve tvaru

$$G_{xy}(f) = |G_{xy}(f)| \cdot \exp[-j\Theta_{xy}(f)]$$

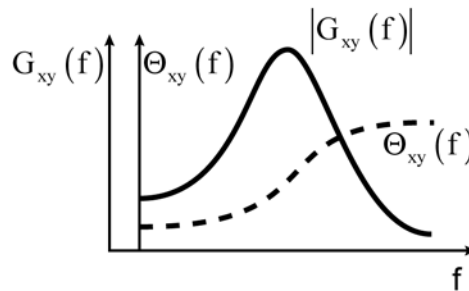
kde absolutní velikost (modul) je

$$|G_{xy}(f)| = \sqrt{C_{xy}^2(f) + Q_{xy}^2(f)}$$

a fáze

$$\Theta_{xy}(f) = \operatorname{arctg} \frac{Q_{xy}(f)}{C_{xy}(f)}$$

Příklad těchto závislostí je na obr. 4.20.



obr. 4.20

4.5.3 Koherenční funkce

je definována

$$\gamma_{xy}^2 = \frac{|G_{xy}(f)|^2}{G_{xx}(f) \cdot G_{yy}(f)}$$

Je-li při některé frekvenci $\gamma_{xy}^2(f) = 0$, potom jsou při ní funkce $x(t)$ a $y(t)$ nekoherentní, nebo jinými slovy jsou nekorelovány. Jestliže jsou funkce $x(t)$ a $y(t)$ statisticky nezávislé, je potom při všech frekvencích $\gamma_{xy}^2(f) = 0$. Naopak, jestliže při všech frekvencích je $\gamma_{xy}^2(f) = 1$, jsou tyto funkce plně koherentní. Jsou-li funkce $x(t)$ a $y(t)$ funkcemi buzení a odezvy, jedná se potom o lineární mechanickou soustavu s konstantními koeficienty. V praktických případech se těchto krajních mezí dosahuje spíše zřídka; pro vynesení soudu se spokojujeme s podmínkou, že se koherenční funkce blíží jedničce nebo nule.

4.5.4 Frekvenční přenos

U lineární soustavy s konstantními koeficienty s jedním vstupem $x(t)$ (který je realizací stacionárního procesu) a s jedním výstupem $y(t)$ platí

$$G_{yy}(f) = |H(f)|^2 \cdot G_{xx}(f)$$

$$G_{xy}(f) = H(f) \cdot G_{xx}(f)$$

To umožňuje stanovit amplitudu a fázi frekvenčního přenosu.

4.6 Nestacionární náhodné procesy

Výsledky rozborů naměřených náhodných procesů ukazují, že jsou většinou do určité míry nestacionární. Není-li tato nestacionarita příliš výrazná, nahrazuje se obvykle takovýto proces procesem po úsecích kvazistacionárním.

Nestacionarita se obvykle vyjadřuje časovou závislostí první a druhé hustoty pravděpodobnosti na čase nebo též závislostí střední hodnoty a rozptylu na čase.

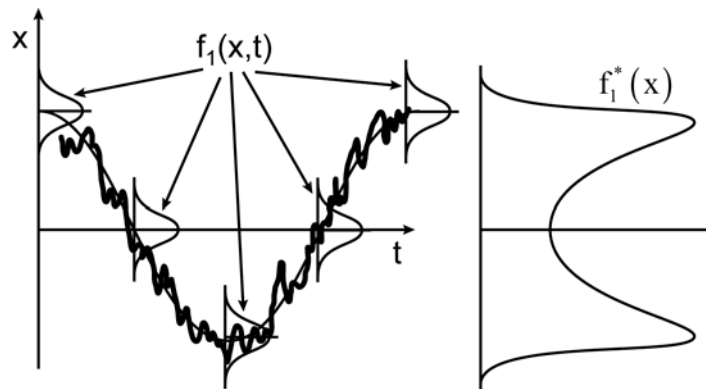
Sledujme případ náhodného procesu

$$X(t) = \varphi(t) + Y(t)$$

kde je deterministická složka

$$\varphi(t) = A \cdot \cos(\omega t)$$

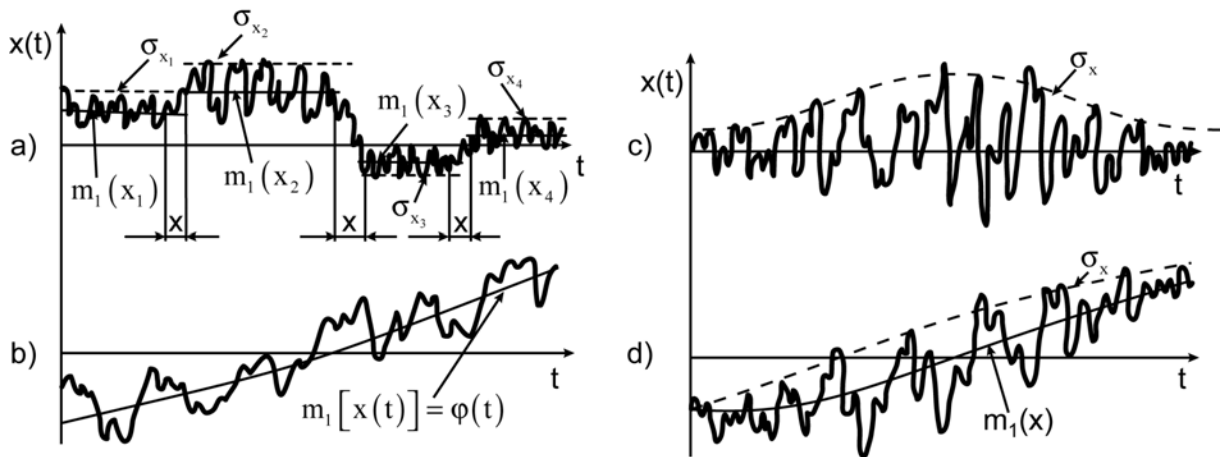
a $Y(t)$ je centrováný stacionární náhodný proces s hustotou pravděpodobnosti $f_1(y)$. Hustota pravděpodobnosti procesu $X(t)$ je $f_1(x, t)$ jak je znázorněno na obr. 4.21.



obr. 4.21

Toto vyjádření, vystihující deterministickou a stochastickou složku, vyjadřuje plně strukturu procesu a je tedy vhodné z metodického hlediska. Méně vhodný je druhý způsob, kdy se proces pokládá za stacionární a vyjadřuje se hustota pravděpodobnosti $f_1^*(x)$; takto se sice zbavíme nestacionárnosti, avšak v hustotě pravděpodobnosti $f_1^*(x)$ jsou též zahrnuty informace o deterministické složce. To však není výhodné především pro případy simulace takového procesu na zkušebním stroji v laboratoři, neboť stejný průběh $f_1^*(x)$ může mít i řada procesů výrazně odlišných.

Z uvedeného je zřejmá důležitost otázky rozboru nebo převodu nestacionárního procesu na kvazistacionární. Příslušné postupy závisejí na typu nestacionárního procesu (obr. 4.22).



obr. 4.22

- a) proces po úsecích stacionární (kdy zanedbáváme přechodové části x_i , pokud je jejich podíl na době trvání realizace zanedbatelný). Úseky záznamu se stejnými statistickými charakteristikami se slučují do větších kvazistacionárních celků;
- b) aditivní nestacionární proces je typu

$$X(t) = Y(t) + \varphi(t)$$

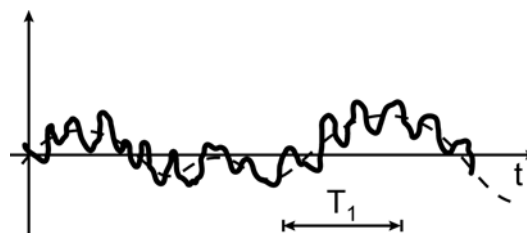
kde $Y(t)$ je stacionární náhodný proces s nulovou střední hodnotou a známou korelační funkcí, $\varphi(t)$ je deterministická funkce. Lze dokázat, že

$$m_1[X(t)] = \varphi(t) \quad K_{xx}(t_1, t_2) = K_{yy}(\tau)$$

Jiný typ aditivního procesu je tvaru (obr. 4.23)

$$X(t) = Y(t) + Z(t)$$

kde $Y(t), Z(t)$ jsou stacionární procesy (přitom proces $Y(t)$ je centrováný).



obr. 4.23

Jsou-li charakteristiky druhého řádu obou dílčích procesů od sebe výrazně odlišné (je-li na proces $Z(t)$ s povlnnými změnami v čase superponován podstatně rychleji se měnící proces $Y(t)$), ukazuje se důležitost délky časového úseku, na němž je posuzována stacionarita: při dlouhém úseku, kdy se uspokojivě zprůměruje i povlnný proces $Z(t)$ lze považovat sumární proces $X(t)$ za stacionární (tj. „ve velkém“). Při kratších úsecích –

např. délky T_I – daných třeba omezenými možnostmi měření – se projeví proces $X(t)$ jako nestacionární (nestacionarita „v malém“). Pro tento typ procesu je

$$m_I[X(t)] = m_I[Y(t)] + m_I[Z(t)]$$

$$K_{xx}(\tau) = K_{yy}(\tau) + K_{zz}(\tau) + K_{yz}(\tau) + K_{zy}(\tau)$$

c) multiplikativní nestacionární proces je typu

$$X(t) = Y(t) \cdot \varphi(t)$$

kde $Y(t)$ je stacionární proces s nulovou střední hodnotou, $\varphi(t)$ je deterministická konstanta. Vztah mezi kovarianční funkcí $K_{xx}(\tau)$ a $K_{yy}(\tau)$ je podstatně komplikovanější než v předchozích případech. U procesů, které se vyskytují v praxi platí často

$$K_{xx}(\tau, t) = \varphi(t) \cdot K_{yy}(\tau)$$

To tedy znamená, že poměrné rozložení frekvenčních složek je u procesů $X(t)$ a $Y(t)$ stejné a rozdíl je pouze v jejich rozptylech.

d) aditivně-multiplikativní nestacionární proces vznikne superpozicí multiplikativního nestacionárního procesu a deterministické střední hodnoty. Takto lze popsat prakticky každý, v praxi se vyskytující zatěžovací proces.

Shora uvedené způsoby zpracování nestacionárních procesů vyžadují především značné zkušenosti a znalosti jak fyzikální podstaty řešeného problému, tak i příčin nestacionarity; nezbytná je rovněž možnost ověření výsledků zpracování procesu.

Druhý možný způsob zpracování nepředpokládá (na rozdíl od předchozích metod) žádné apriorní vlastnosti procesu. Je založen na využití tzv. evolučních charakteristik nestacionárního náhodného procesu, tj. na statistických charakteristikách pouze jedné realizace daného nestacionárního procesu. Tyto statistické charakteristiky obsahují implicitně čas jako parametr. Prakticky to znamená, že nejsou invariantní a tedy závisejí na počátku vyhodnocování.

4.7 Literatura

- [1] Bendat, J. – Piersol, A.G.: Random Data: Analysis and Measurement Procedures. J.Wiley, New York 1971
- [2] Kropáč, O.: Statistické vyhodnocování experimentálních podkladů pro pevnostní výpočty částí strojů a konstrukcí, část I a II. Přednáškový cyklus Stavba strojů XXIII a XXIX, Praha 1973 a 1974
- [3] Kropáč, O.: Náhodné jevy v mechanických soustavách. SNTL Praha 1987
- [4] Matyáš, V.: Měření, analýza a vytváření náhodných procesů. SNTL Praha 1976
- [5] Sedláček, M.: Zpracování signálů v měřicí technice. ČVUT Praha 1996
- [6] Tůma, J.: Zpracování signálů získaných z mechanických systémů užitím FFT. Sdělovací technika 1997

5. ODPOROVÁ TENZOMETRIE

5.1 Z historie odporové tenzometrie

„Tenzometr“ bylo původně označení pro jednu konkrétní konstrukci mechanického průtahoměru firmy Huggenberger, které se v češtině postupně přeneslo i na jiné typy průtahoměrů (extensometrů, měřičů deformací), popř. zprostředkovaně i na měřiče napjatosti resp. přetvoření, včetně odporových. V angličtině se používá název „strain-gauge“ nebo „strain-gage“, v němčině „Dehnungsmeßstreifen“ - DMS)

Praktické využití odporové tenzometrie by nebylo možné bez dvou objevů:

- závislosti mezi napětím, odporem a proudem, kterou popsal G.S. Ohm r. 1827
- vhodného zapojení pro měření malých odporových změn – Charles Wheatstone 1843.

Fyzikální podstatu, na níž jsou založeny odporové tenzometry - závislost odporu elektrického vodiče na jeho prodloužení (v důsledku mechanického namáhání) - objevil již r. 1856 lord Kelvin (původním jménem William Thomson, 1824 - 1905). Objev zůstal dlouho technicky nevyužit.

Koho považovat za praotce tenzometru nelze jednoznačně říci. Může jím být Nernst, který v roce 1928 použil ve svém snímači tlaku dva odporové dráty, které byly deformovány úměrně velikosti působícího tlaku. Jindy jím bývá nazýván Carlsonův snímač pro měření přetvoření v betonu; byl popsán v roce 1931.

Rozdílný měřicí systém použil Charles Kearns, pracující u firmy Hamilton Standard Corporation. Jeho úkolem byla experimentální analýza napětí vrtulových listů během letu. K tomu použil uhlíkových odporů, přilepených přímo na vrtulové listy a přes kroužky zapojených do můstkových obvodů. Dle programu firmy, zavedeného ve třicátých letech, bylo vyrobeno asi 30 000 takových uhlíkových tenzometrů. Nevýhodou byla inherentní nestabilita, protože jejich odpor se měnil nejen s deformací, ale i s časem, teplotou a vlhkostí. Byl to ale důležitý krok ve vývoji tenzometrie. Autor byl za tzto práci odměněn medailí Franklinova Institutu. Určitých úspěchů v tom směru dosáhly firmy AEG, Hamilton-Standard, Baldwin-Southwark.

A tak v polovině třicátých let byly známy dva typy tenzometrů – volný drát a lepený uhlíkový tenzometr. Již brzy však ale měl být vynalezen lepený drátkový tenzometr a to nezávisle dvěma muži na univerzitách, situovaných na opačných pobřežích USA.

Edward Simmons byl v r. 1936 asistentem profesorů D.S. Clarka a G. Datwylera v kalifornském technologickém institutu (California Institute of Technology). Ti pracovali na dokonalejším tvaru siloměru pro rázové zkoušky. Potřebovali k tomu měřit i sílu, kterou na zkoušený vzorek působí kladivo. Ani Kearnsovy. ani vylepšené typy s koloidálním grafitem nevyhověly.

V září 1936 doporučil Simmons Datwylerovi nalepit kousek jemného drátového odporu namísto uhlíkového tenzometru. Datwyler přijal jeho myšlenku a tak se vlastně narodil drátkový tenzometr.

Je pozoruhodné, že Simmons sám nevytvořil první tenzometr. Zkoušky dopadly dobře, výsledky byly reprodukovatelné a odpovídaly i teoretickým závěrům. O dva roky později, v roce 1938, Clark a Datwyler referovali o těchto pracech v Atlantic City, ale jméno Simmons přitom nepadlo.

Simmonsův patent, zapsaný 1940, mu byl 4x zamítnut a byl mu udělen až v roce 1942.

Ve stejné době – v roce 1938 – pracoval v Massachusetts Institute of Technology Arthur Ruge na návrhu konstrukcí odolných proti zemětřesení. Potřeboval znát odezvu modelu nádoby s vodou na působení dynamického zatížení. Ani on nebyl spokojen s uhlíkovými tenzometry. Nezávisle přišel na myšlenku odmotat tenký drát z drátkového odporu a tento drát (s jeho izolační vrstvou) nalepit přímo na konstrukci. Stejně jako již dříve zmínění pracovníci zjistil, že takovýto prvek pracuje pozoruhodně dobře. Dosažené výsledky předčily očekávání.

Při dalším vývoji – pro lepší manipulaci – lepil Ruge drátek na papírovou podložku. Připojovací vodiče byly pevně drženy v plastových hranolech. Svůj patent podal Ruge roku 1939.

I cesta ke komercializaci v USA byla zajímavá. Když Dr. Ruge ověřil vynikající vlastnosti tenzometru, bezprostředně odhadl (na rozdíl od Clarka, Datwylera a Simmonse) jeho význam pro obor zkoušení materiálu, pevnostní analýzy a pro stavbu snímačů mechanických veličin. Snažil se o rozšíření svého patentu a hledal k tomu vhodné obchodní cesty. Jeho kolega – Dr. de Forest – jednal převážně s firmou Baldwin – Southwark Corporation, která vyráběla stroje na zkoušení materiálu a průtahoměry.

Došlo pak k řadě dohod s touto firmou. Ruge a de Forest se totiž rozhodli vytvořit společnost nezávislou na firmě Baldwin, která bude tenzometry vyrábět a Baldwin je potom bude prodávat. A tak byl na americkém úřadu pro patenty přihlášen patent na jméno Arthur Ruge. Ale v r. 1939 jim přišel do rukou článek publikovaný v r. 1938, ukazující prakticky stejný princip. To ovšem mohlo přihlášený patent vážně ohrozit: vynálezcem je ten, komu patří původní myšlenka, ne ten, kdo myšlenku realizuje nebo vylepší. Firma Baldwin se proto dohodla se Simmonsem na tom, aby u ní za úplatu uplatňoval svá práva. Nový tenzometr pak byl nazván SR-4 : „S“ a „R“ podle jmen Simmons a Ruge, číslice „4“ znamenala počet dalších 4 osob, které se podílely na závěrečných pracech (Tatnall, Clark, de Forest, Hathaway).

Brzy začala technická veřejnost oceňovat přínos odporové tenzometrie. Tak v r. 1941 řekl letecký konstruktér Lovie Tribit :“Tyto tenzometry jsou odpovědí z nebe na prosby leteckých konstruktérů.“ Podobně v r. 1944 prohlásil H.E. Saunders, technický ředitel firmy David Taylor Model Basin:“ Úspěšný vývoj lepených drátkových tenzometrů byl jednou z největších revolučních přeměn v technických vědách všech dob.“

Výroba snímačů a příslušných tenzometrických souprav se rozvinula během druhé světové války (např. v r. 1941 bylo za 2 měsíce vyrobeno 50 000 kusů tenzometrů) a v letech následujících.

5.1.1 Tenzometrie v ČSR

V ČSR se jako první typické použití odporových tenzometrů uvádějí pevnostní zkoušky letadla Me 262 Schwalbe provedené v roce 1948 ve Výzkumném ústavu leteckém v Praze.

První československý tenzometr vyrobil Štěpán Kobylka v závodě Aero v Praze - Holešovicích. Byl navinut z kořistního materiálu Advance nebo HW 50 na papírové podložce. Měl 4 smyčky, odpor 120 Ω a byl lepen butylmetylmetakrylátovým lepidlem. Další vývoj čs. snímačů byl již prováděn ve spolupráci s Výzkumným a zkušebním ústavem hmot a konstrukcí stavebních (dnes Kloknerův výzkumný ústav) a později i s Výzkumným ústavem tepelné techniky. Později zavedl jejich výrobu n.p. Mikrotechna.

5.1.2 Začátky tenzometrie u firmy HBM

V Německu prováděl první práce Theis v roce 1941 v laboratořích firmy AEG. Jeho tenzometr měl grafitovou odporovou vrstvu.

Do NSR byly první drátkové tenzometry dovezeny v r. 1949 od firmy Philips. Byly použity pro sledování šíření rázů v kovech ve fyzikální laboratoři Maxe Plancka v Düsseldorfu.

Během 2. světové války pracoval Karl Hottinger ve zkušebním centru Luftwaffe v Rechlinu, kde se zabýval měřením mechanických veličin. Na základě svých válečných zkušeností založil v roce 1950 firmu Hottinger Messtechnik ve Vogtareuthu. Zaměřil se na výrobu indukčnostních snímačů posunutí a měřících zesilovačů s nosnou frekvencí 5 kHz. V roce 1955 se jeho firma spojila s firmou Carl Schenck Maschinenfabrik GmbH v Darmstadtu. V té době koupila firma Schenck licenci na výrobu tenzometrů od firmy Baldwin-Lima-Hamilton Corp. (USA). Ta tehdy vyráběly drátkové tenzometry s plochou mřížkou a vinuté („wrap around“)

(Jiná pobočka BLH – ve Philadelphii – vyvíjela foliové tenzometry).

V témže roce 1955 pak odjeli K. Hottinger a K. Hoffmann (který byl v té době zaměstnancem fy Schenck) do USA, odkud přivezli vše potřebné k zavedení výroby tenzometrů v NSR.

V roce 1956 byly na trhu jejich první tenzometry.

V první fázi byly vyráběny tenzometry s bakelitovou podložkou (fenolická pryskyřice), pro které bylo již v NSR vyvinuto lepidlo H – za studena vytvrditelné (za dobu 1 hodiny při pokojové teplotě). Poprvé byly použity při měření na železničním mostě Donauwörth. Při následujícím výzkumu po řadě experimentů bylo vyvinuto dvoukomponentní lepidlo X 57, předchůdce dnešního X 60 (od roku 1960).

V průběhu svého vývoje dosáhly odporové tenzometry značného stupně dokonalosti; ani dnes není tento vývoj zcela ukončen. Rostoucím nárokům spotřebitelů se snaží výrobci vyhovět vytvářením nových typů s vlastnostmi splňujícími i nejnáročnější provozní podmínky.

Nejrozsáhlejšího použití doznaly odporové tenzometry v oblasti experimentální analýzy napětí, sil, tlaků a krouticích momentů; s jejich využitím však lze měřit i posunutí, výchylky a zrychlení kmitavého pohybu.

Tohoto svého postavení dosáhly díky svým mnohým **přednostem**:

- umožňují dálkový přenos měřených hodnot,
- umožňují snadné další zpracování naměřených hodnot (zesílení, filtraci, derivaci, integraci, registraci, různé druhy analýzy),
- umožňují měření statických a dynamických namáhání až k velmi vysokým frekvencím. Maximálně možná měřená frekvence je zpravidla dána vlastnostmi měřicího přístroje a nikoliv tenzometrem;
- mají malou hmotnost a málo ovlivňují měřený objekt (s výjimkou tenkých stěn, kdy tenzometr vyztužuje konstrukci),
- umožňují měření na různých zakřivených površích (a tedy např. i v kořenech vrubů),
- poskytují možnost měření při vysokých i nízkých teplotách,
- upevnění na měřený objekt je jednoduché a rychlé (s výjimkou vysokoteplotních tenzometrů, kde je tato operace poněkud složitější).

5.2 Rozdělení odporových tenzometrů a jejich základní charakteristiky

I. Kovové tenzometry

Provedení kovové mřížky tenzometru je

- **drátkové** (historicky starší; dnes spíše jen pro některé speciální účely - vysoké teploty, velké deformace ap.),
- **foliové** (umožňující tvary mřížek nejrozmanitějších tvarů),
- **vrstvé** a to vakuově nanesené nebo naprašované - převážně pro snímače tlaku.

a) Drátkové tenzometry

- **lepené**
 - **s podložkou**

Je to nejstarší typ tenzometru. Měrná mřížka je vytvořena z drátku a připevněna na podložku lepidlem. V experimentální pružnosti slouží ke zjišťování jedno- i víceosé napjatosti, zbytkového napětí, k vyšetřování koncentrátorů a gradientů napětí v oblastech pružných i plastických deformací. Speciální typy umožňují měření při extrémních teplotách – 270 až +950 °C, měření při dlouhodobém vysokém dynamickém namáhání (1000 cyklů při ± 4000 μm/m). Volbou materiálu drátku je možno vytvářet samokompensované tenzometry pro různé druhy materiálů (nejčastěji $\alpha = 12 ; 23 ; 16 ; 9 \cdot 10^{-6} 1/^{\circ}\text{C}$) s minimální délkou aktivní mřížky 1 mm.

U drátkových tenzometrů je zaručován malý rozptyl odporu, malý rozptyl k-faktoru i teplotních součinitelů, což je důležité pro vyloučení rušivých vlivů při současném měření více tenzometry. Jejich cena je přijatelná a pro bohatý sortiment tenzometrů existuje odpovídající sortiment lepidel. Jejich nevýhodou je omezená dosažitelná hodnota odporu (je omezena rozměry mřížky a průměry drátku), malý k-faktor a tečení, které se projevuje obzvláště při zvýšených teplotách.

- **bez podložky**

(I tyto tenzometry bývají označovány jako „tenzometry s volnou mřížkou“!)

Použití: vysokoteplotní tenzometry připevňované keramickým tmelem.

- **s volnou mřížkou (nelepené)**

U těchto snímačů jsou odporové drátky uchyceny mezi soustavou držáků – izolačních kuliček (safír) - tak, aby při působení měřené veličiny docházelo ke změně jeho délky a tudíž ke změně jeho odporu. Aktivní odporový článek tedy není přilepen a odpadá tak problémy s přenosem deformace na celý povrch odporového článku. Další výhodou tohoto uspořádání je možnost použití při vyšších teplotách (až 310 °C). Mají též malou hysterezi a malý posun nulového bodu. Nedostatkem je poměrně nízký rezonanční frekvence (jednotky kHz a menší) a poměrně dlouhá doba potřebná k dosažení tepelné rovnováhy. Jejich výroba je velmi náročná na mechanické provedení.

Používají se jako příložené odporové tenzometry, snímače pro měření tlaků (drátek navinutý za tepla na povrchu tlustostěnné trubky pro měření velkých tlaků), tlakových sil, zrychlení apod.

b) Foliové tenzometry

V současné době to jsou nejužívanější kovové tenzometry.

Měřicí mřížka je vytvořena z folie (minimální tloušťka pouze $5 \mu\text{m}$) a je připevněna na podložku lepidlem. Tvar měřicí mřížky je vytvořen většinou leptáním. Podložka bývá nejčastěji z polyamidu nebo to jsou skelnými vlákny vyztužené fenolové filmy (tloušťka asi $20 \mu\text{m}$). Výrobní technologie je ve světě tak dokonalá, že umožňuje vytvoření ekvivalentu ke každému druhu drátkových tenzometrů (mimo druhy s volnou měřicí mřížkou). Ekvivalent zde však musíme správně chápat jako „odpovídající druh“, ne jako „náhradu“, protože lepší podmínky pro převod deformace ze základního materiálu na folii a pro přenos tepla z folie na základní materiál a naopak dávají foliovým tenzometrům předpoklady pro dosažení lepších metrologických vlastností než u drátkových.

U foliových tenzometrů může být navíc snadno vytvořena libovolná konfigurace měřicí mřížky (minimální délka $0,4 \text{ mm}$) a může být použito vyššího napájecího napětí (důležité u miniaturních tenzometrů a snímačů mechanických veličin).

Dalším krokem – při výrobě snímačů – je vyleptání všech měřicích mřížek včetně jejich propojení a kompenzačních odporů z jedné folie („laminated technique“). Jako jeden celek je potom tento pásek nalepen na měřený objekt.

Při konstrukci velmi malých snímačů však nalepení foliových tenzometrů (majících podložku z plastické hmoty) na tenkostěnný kovový pružný prvek snímače má za následek nepříznivé hodnoty některých charakteristik, jako jsou tečení (creep) a hystereze. Tyto nedostatky však nemají tenzometry vrstevové (viz další bod).

c) vrstevové

K tomu nejprve základní informace o metodách přípravy tenkých vrstev.

Pojmy:

- vypařování, katodové rozprašování – procesy vedoucí k uvolňování částic ze zdroje
- napařování, katodové napařování – procesy vytváření vrstvy na podložce některou z používaných metod

Metody přípravy tenkých vrstev

I. chemické a elektrochemické,

II. fyzikální

a) katodové rozprašování (naprašování)

b) vypařování (napařování) ve vakuu (též: vakuové napařování)

Obě tyto metody vyžadují v pracovním prostoru snížený tlak a používají tedy vakuové metodiky.

ad a) katodové rozprašování (naprašování)

Ve své nejjednodušší podobě záleží v tom, že materiálu, který chceme nanášet, použijeme jako katody systému s doutnavým výbojem v inertním plynu (např. argonu nebo xenonu) při tlaku desetin až setiny torrů a napětí několika kV. Podložky, na nichž chceme vytvořit vrstvu jsou položeny na anodě.

ad b) vypařování (napařování) ve vakuu (též: vakuové napařování)

Je to v současné době nejrozšířenější metoda přípravy tenkých vrstev.

Jak je známo, zahříváním se uvolňují z každé pevné nebo kapalné látky atomy nebo molekuly a v uzavřeném systému se při dané teplotě ustaví určitý rovnovážný tlak takto

vzniklých par, který nazýváme tenzí nasycených par. Není-li systém v rovnováze a je-li v určité části teplota nižší, pak v této části páry kondenzují a vytvoří se tak podmínky pro přenos látky z vypařovacího prvku na chladnější podložku. Nemá-li docházet k příliš velkému rozptylu proudu vypařovaných částic, je nutno užívat tlaků 10^{-5} torru. Z požadavku na extrémní hodnoty čistoty vrstvy pak plyne nutnost tlaků menších než 10^{-8} torru.

Příprava vrstevových tenzometrů:

Na pružinový materiál se nejdříve nanese dielektrická keramická vrstva a pak kovová vrstva. Pak následuje nanesení fotocitlivé masky, expozice požadovaným obrazcem snímače a odstranění neexponovaných částí kovové vrstvy.

Touto metodou se dosáhne vysokého odporu, libovolné konfigurace měřicí mřížky a dobrý přenos deformace pružinového materiálu na vlastní mřížku, dlouhodobou stabilitu a reprodukovatelnost měření.

Tato technika se užívá téměř výlučně pro konstrukci snímačů tlaku. Tenzometry jsou vytvořeny přímo na zadní straně měřicí membrány. Příslušná elektronika je na destičce plošných spojů, která je pružná a je přímo přichycena na snímací prvky. Tím odpadá připojení drátků pájením, které je vždy velmi choulostivé na vibrace a tlakové rázy. Ve snímačích se používá zákaznický integrovaný obvod, který lze zevně softwarově nastavit pro různé hodnoty proudových nebo napěťových výstupů.

II. Polovodičové tenzometry

Jsou založeny na jevu piezoresistence některých materiálů (především křemíku), který objevil r. 1954 americký fyzik C.C. Smith.

Prvé polovodičové tenzometry byly vyrobeny v r. 1959 v USA. Hlavním problémem zde bylo docílit u křemíku, křehkého asi jako sklo, odolnost proti tahovým deformacím srovnatelným s deformacemi kovových materiálů vyšetřovaných konstrukcí.

Na vývoz těchto tenzometrů do tehdejších socialistických a některých dalších zemí uvalily USA od samého počátku jejich výroby důsledné embargo, takže se pro nás tehdy staly prakticky nedostupnými.

V Československu byl výzkum piezoresistence polovodičů zahájen v první polovině šedesátých let. V r. 1971 byla zahájena poloprovozní výroba polovodičových tenzometrů vlastní konstrukce. V r. 1974 převzal jejich výrobu Opravářský podnik města Gottwaldova (dnes Zlín). Zde např. v roce 1977 vyrobili 6000 kusů tenzometrů. V r. 1978 se tento podnik začlenil do Okresního podniku služeb v Gottwaldově.

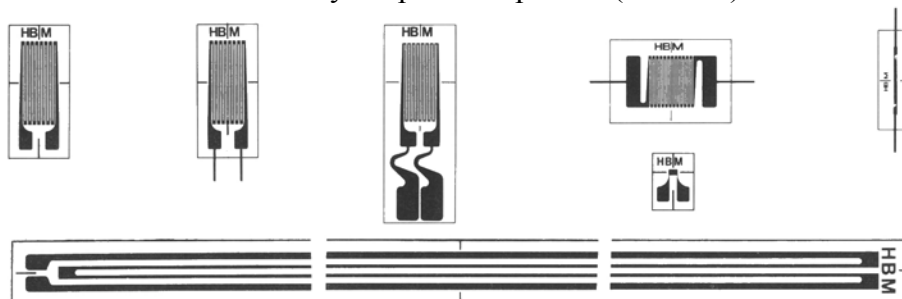
I když jsou po teoretické stránce již dostatečně propracované, nedosáhly zatím úrovně a stupně rozšíření tenzometrů kovových. Je zde totiž ještě řada problémů v souvislosti s jejich citlivostí, chováním vůči změnám teploty apod.

Jejich přednostmi jsou:

- vysoký součinitel citlivosti (polovodičové tenzometry tedy dovolují měřit velmi malá přetvoření) - téměř 100 x větší než u kovových tenzometrů,
- vysoká únavová životnost (vhodné např. do siloměrů únavových strojů),
- vynikající stabilita (v širokém rozmezí teplot se neprojevuje hystereze, drift nebo creep),
- malé rozměry,
- vysoký odpor.

5.3 Druhy odporových tenzometrů

Odporové tenzometry se vyrábějí v různých typech a velikostech. Vedle jejich různé délky a tvaru měřící mřížky, existují různé druhy uložení měřící mřížky a různé druhy pájecích kontaktů. Rozdíly jsou také v poloze a počtu měřících mřížek. Existují tenzometry pro běžné použití, ale i pro speciální aplikace. Velký počet tvarů a délek je výsledkem požadavků na velké množství rozdílných aplikací a použití (obr. 5.1).



obr. 5.1

5.3.1 Délka měřící mřížky

Tenzometry se běžně vyrábějí s délkou měřící základny od 0,6 mm do 150 mm. Hlavním kritériem pro volbu délky je homogenita nebo případná nehomogenita pole napětí v místě aplikace tenzometru.

Citlivost tenzometru je nezávislá na jeho délce. Citlivost kovových tenzometrů závisí na relativním prodloužení, tj. na přetvoření a ne na absolutním prodloužení. Z toho vyplývá, že velikost tenzometru nemá vliv na jeho citlivost. Nicméně, tenzometry s extrémně malou délkou měřící základny se používají jen tam, kde je to nezbytně nutné, např. pro vyšetřování pole napětí u vrubů. Je to lepší, než ořezávat podložku tenzometru. V případě ořezu podložky dochází k porušení přenosové cesty napětí z měřeného místa k měřící mřížce. Tenzometry jsou konstruovány tak, aby vliv přechodů mezi vrstvami nezasahoval až na aktivní část měřící mřížky, což by se v případě ořezávání podložky mohlo stát.

5.3.1.1 Homogenní pole napětí

Hlavním kritériem pro volbu délky měřící základny je volné místo na měřeném objektu. Pokud je měřený objekt velký, doporučuje se používat tenzometry s délkou měřící základny od 3 do 6 mm. Tato volba je vhodná jak co do přesnosti měřené veličiny, tak i co do jednoduchosti aplikace.

5.3.1.2 Nehomogenní pole napětí

Tenzometry pracují na základě integračního principu, který znamená, že naměříme střední hodnotu přetvoření pod měřící základnou. V případě nehomogenního pole napětí je proto třeba rozhodnout zda chceme měřit střední hodnotu napětí v daném místě, nebo lokální špičky napětí. Platí, že čím máme větší máme delší základnu, tím naměříme menší hodnotu a tím větší chyby se dopouštíme.

Případem, kdy chceme měřit spíše střední hodnotu napětí je měření na zrnitých materiálech (např. beton), kde se vyskytují místa se značně odlišnými hodnotami deformace (různé příměsky, různě velká zrna s rozdílnými moduly pružnosti atd.). V těchto případech je nutno změřit spolehlivou střední hodnotu. Proto se doporučuje délka měřící základny nejméně pětinasobná k největšímu zrnu v měřeném materiálu.

Opačnou aplikací je měření špiček napětí, např. maximální hodnoty v kořeni vrubu. Tady je nutné použít tenzometr s velmi malou měřící základnou, protože tenzometr s dlouhou

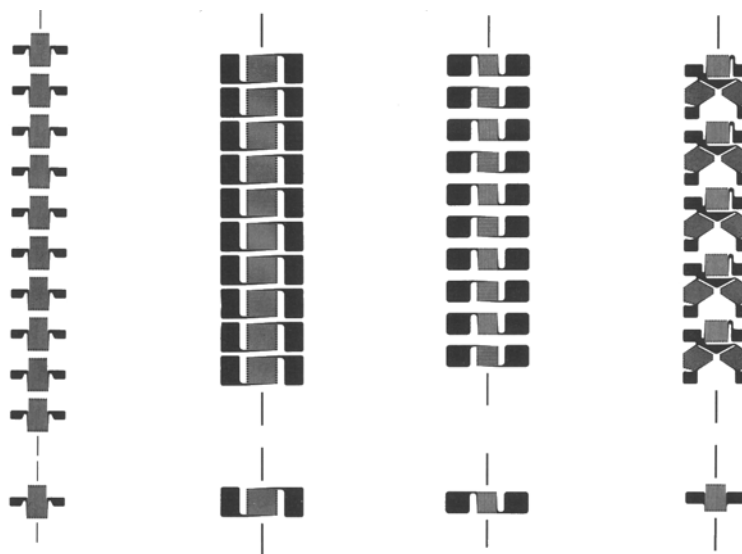
měřicí základnou by mohl dát nežádoucí střední hodnotu. Ideálním by byl tenzometr s nulovou měřicí základnou. Technicky je možné vyrobit tenzometr s délkou měřicí základny 0,2 mm. Při kratší měřicí základně by docházelo s problémům s přenosem napětí k měřicí mřížce, jak bylo uvedeno v předchozí kapitole.

5.3.2 Vícenásobné tenzometry

Vícenásobné tenzometry se skládají z více jednotlivých měřících mřížek na jedné společné podložce. Typickým příkladem vícenásobných tenzometrů jsou tenzometrické kříže, tenzometrické růžice nebo tenzometrické řetězce. Jejich jednotlivé měřicí základny jsou na společné podložce umístěny v přesně orientovaných směrech a s přesně předepsanou roztečí. Další výhodou je rychlejší a levnější instalace oproti srovnatelnému počtu samostatných tenzometrů, kde navíc nemusí být zajištěna jejich rozteč a dodržení přesných směrů. Existují i speciální aplikace, kde nelze jiné, než vícenásobné tenzometry použít.

5.3.2.1 Tenzometrické řetězce

Tenzometrické řetězce jsou kombinace měřících mřížek stejného typu na stejném základě v pravidelných intervalech. Řetězce s kříži nebo s růžicemi obvykle obsahují 10 měřících mřížek nebo 5 skupin se třemi měřícími mřížkami. Na konci každého řetězce bývá umístěn jedna samostatná mřížka stejného typu, která slouží jako kompenzační nebo jako doplňující. Hlavní využití tenzometrických řetězců je pro zjišťování gradientů napětí (obr. 5.2).



obr. 5.2

5.3.2.2 Tenzometrické kříže a tenzometrické růžice

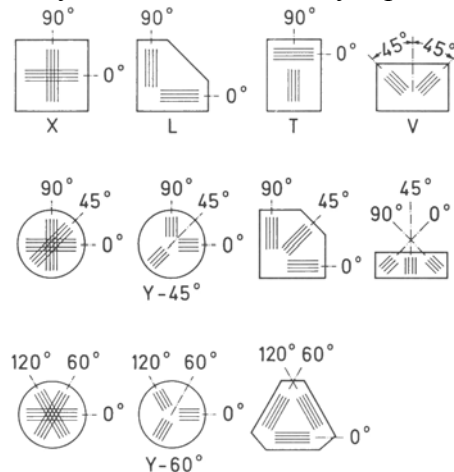
Při vyšetřování rovinné napjatosti je nutné měření deformace ve více směrech. Pro měření při známých směrech hlavních napětí se používají tenzometrické kříže, které mají dvě nezávislá vinutí pod úhlem 90° . Tenzometrických křížů se vyrábí více druhů a nejznámější jsou typy X, L, T a V, pojmenované podle tvaru křížení měřících základen.

V případě, že není znám směr hlavních napětí pro vyšetřování rovinné napjatosti, je třeba měřit deformaci nejméně ve třech nezávislých směrech. K tomuto účelu slouží tenzometrické růžice. Vyrábí se ve dvou základních provedeních, které se od sebe liší úhlovým natočením jednotlivých měřících základen – $0^\circ/45^\circ/90^\circ$ a $0^\circ/60^\circ/120^\circ$. Podobně jako u tenzometrických křížů i u růžic se vyrábí několik druhů, která se od sebe liší umístěním měřících mřížek na podložce.

Rozdíly mezi oběma typy jsou minimální. Jsou-li známy alespoň přibližně směry hlavních napětí, dáváme přednost prvnímu typu, růžice druhého typu jsou směrově neutrální. Snažíme se totiž dosáhnout co nejmenšího rozdílu mezi směry mřížek a hlavními směry.

Jak u růžic tak i u křížů je tvar umístění mřížek na podložce dán snahou o zmenšení resp. zvětšení vlivu integračního principu tenzometrů, který byl popsán v předchozích kapitolách.

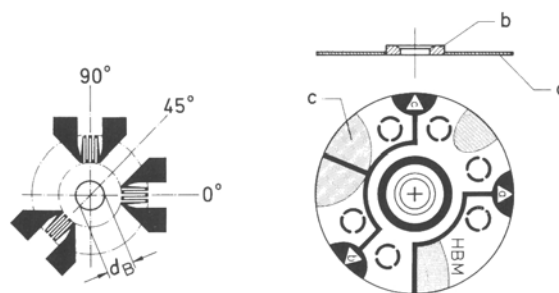
Ve zvláštních případech se používá růžic se čtyřmi mřížkami. Čtvrté vinutí je v podstatě nadbytečné – využívá se ho k vyrovnání výsledků měření pomocí metody nejmenších čtverců a tak ke zlepšení přesnosti měření. Doporučuje se ho použít v případě nebezpečí porušení některé mřížky a v místech s obtížným přístupem (obr. 5.3).



obr. 5.3

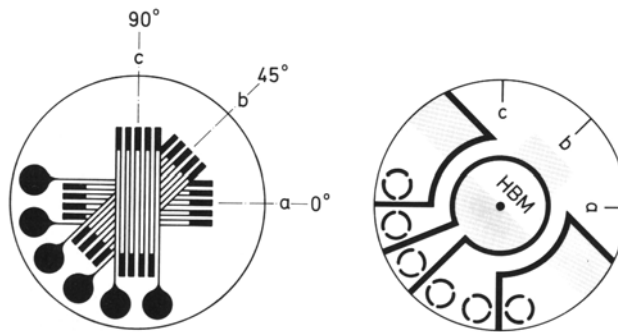
5.3.2.3 Tenzometrické růžice pro měření zbytkového napětí

K měření zbytkových napětí pomocí tenzometrických růžic jsou dnes k dispozici dvě metody. Obě dvě vycházejí z principu odstraňování materiálu z měřeného objektu v okolí nalepené tenzometrické růžice. Starší odvrtávací metoda (v anglické literatuře nazývaná „hole drilling method“), je založena na přerozdělení pole napjatosti a deformace vyvolané vyvrtáním otvoru ve středu tenzometrické růžice. Pro tuto metodu se používají růžice s třemi vinutími s natočením 0°/45°/90° kolem středu (obr. 5.4).



obr. 5.4

Druhá metoda sloupku (v anglické literatuře nazývaná „ring – core method“), využívá také tenzometrickou růžici se třemi vinutími pod stejným úhlem jak v předchozí metodě, rozdíl je v místě odvrtávání materiálu. Při této metodě se prstencovým vrtákem uvolní sloupek materiálu po obvodu tenzometru (obr. 5.5).



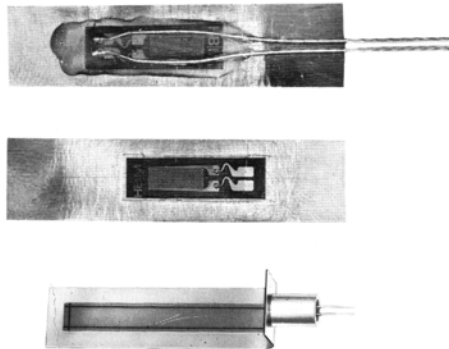
obr. 5.5

5.3.3 Tenzometry pro speciální použití

Vedle mnoha typů tenzometrů lišících se od sebe polohou a počtem měřících mřížek se vyrábí i poměrně velké množství tenzometrů pro různé speciální aplikace.

5.3.3.1 Přivařovací tenzometry

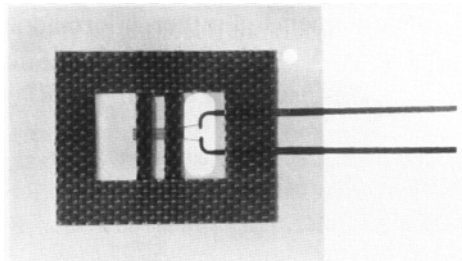
Mají tenkou metalickou základnu, na níž je přitmelena měřící mřížka. K měřenému objektu se připevňují pomocí bodového svařování, čímž je omezeno jejich použití pouze na oceli a temperované litiny. Jsou vhodné vzhledem ke svému rychlému použití. Jsou značně tuhé a proto se používají na tlustostěnných konstrukčních prvcích (obr. 5.6).



obr. 5.6

5.3.3.2 Tenzometry s volnou mřížkou

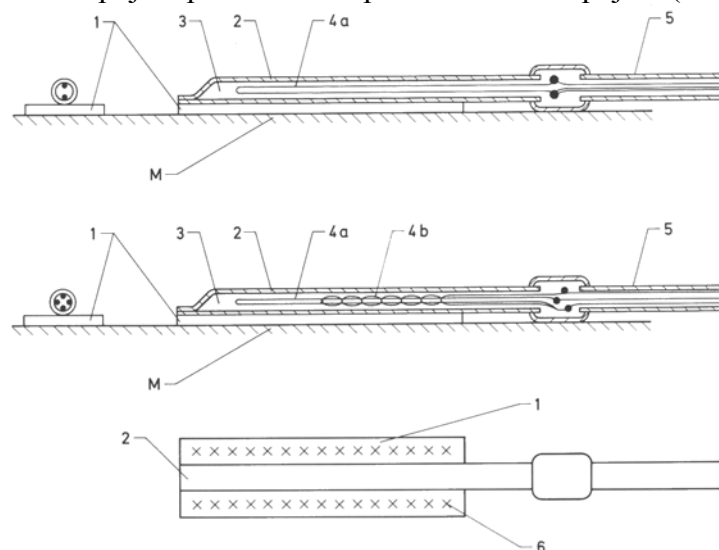
Tento druh tenzometrů se používá pro měření v extrémně vysokých (až 1000°C) nebo nízkých teplotách (-200°C a nižších). Měřící mřížka je připevněna na pomocné podložce, která se odstraní v průběhu připevňování. Pro připevňování se používá speciální keramický nástřík. Některé druhy jsou dodávány doplněny o termočlánek, kterým se kompenzuje teplota, protože samokompensovatelné tenzometry pro měření za extrémních teplot neexistují (obr. 5.7).



obr. 5.7

5.3.3.3 Přivařovací vysokoteplotní tenzometry

Tento druh snímačů je určen pro dlouhodobé resp. trvalé měření za nepříznivých podmínek. Tenzometry jsou připevněny na kovové folii a vývody jsou provedeny stíněným kabelem. Dodávají se v zapojení po čtvrt nebo půl mostovém zapojení (obr. 5.8).



obr. 5.8

5.3.4 Elektrický odpor

Tenzometry se vyrábějí s různými hodnotami jmenovitých odporů. V současné době jsou nejčastěji používané tenzometry se jmenovitým odporem 120Ω . S ohledem na vyvazování měřícího můstku je nutné, aby veškeré zapojené tenzometry měly stejný odpor a nebo se jen minimálně lišil. Obvyklá tolerance je 0,5% jmenovité hodnoty odporu tenzometru. Tenzometry v jednom balení tento požadavek běžně splňují. Nevhodnou aplikací (např. ohnutý tenzometr) však může dojít ke značné odporové změně.

5.3.5 Použitelný teplotní rozsah

Z pohledu vlivu teploty na tenzometry a na vlastní měření, musíme rozeznávat dvě základní hlediska:

- výše teploty, při níž lze ještě s vybraným tenzometrem spolehlivě měřit
- kolísání teploty během vlastního měření.

Tenzometry různých provedení pokrývají rozsah teplot od -270°C do 1000°C . Jejich teplotní stabilita je dána stálostí mechanickou, elektrickou a především chemickou jednotlivých složek (materiál měřící mřížky, materiál podložky, lepidlo, přívodů, spojů atd.). Je třeba rozlišovat mezi teplotou, kterou je schopen tenzometr ještě snést a možnou teplotou měření.

Materiál měřící mřížky může způsobit drift nulového bodu změnou své struktury nebo oxidací. U běžných tenzometrů z konstantanu dochází k tomuto jevu při teplotě kolem 260°C . U tenzometrů pro vyšší teploty je dosaženo stability použitím jiných materiálů ale na úkor jiných vlastností. Proto je měření za vyšších teplot obtížnější a zatíženo větší chybou. Při teplotách nad 600°C mají význam pouze dynamická měření.

Pro měření ve vyšších teplotách je většinou limitující materiálová stálost podložky. Proto se používá tenzometrů s volnou mřížkou (viz předchozí kapitoly).

5.4 Technické charakteristiky odporových tenzometrů

5.3.6 Deformační součinitel tenzometru

Funkce tenzometru spočívá v tom, že změna délky metalického snímače způsobuje změnu jeho odporu R . Změna odporu je dána vztahem

$$R = \rho \frac{L}{S},$$

kde ρ , L , S jsou specifický odpor, délka a příčný průřez odporového drátku.

Pro konečnou změnu ΔR odporu R , lze odvodit vztah:

$$\frac{\Delta R}{R} = k\varepsilon.$$

kde k je deformační součinitel tenzometru (k-faktor)

K-faktor je bezrozměrný, proporcionální součinitel, který v sobě zahrnuje nejen vliv měřicí mřížky, ale i celé konfigurace tenzometru. Z tohoto důvodu výrobce provádí na statisticky významném počtu kusů měření k-faktoru a uvádí na každém balení hodnotu k-faktoru včetně tolerance. Pro mřížky vyráběné z konstantanu je hodnota k-faktoru kolem dvou.

Závislost mezi změnou odporu a přetvořením není zcela lineární. Reálná závislost má parabolický charakter. Do určité hodnoty přetvoření je ale rozdíl mezi lineární náhradou a reálnou závislostí minimální a lze jej zanedbat. Tato hodnota je závislá na materiálu použitým k výrobě mřížky. U konstantanu je tato hodnota 150 000 $\mu\text{m/m}$.

Dalším parametrem, který ovlivňuje hodnotu k-faktoru je teplota. Výrobce provádí statistická měření na tenzometrech za pokojové teploty. Výrobce však udává i teplotní koeficient, pomocí kterého lze přepočítat hodnotu k-faktoru z teploty pokojové na teplotu měřeného místa. Závislost mezi změnou k-faktoru a teplotou opět není zcela lineární, ale lineární náhrada je dobrá aproximace. U tenzometrů s mřížkou z konstantanu je tato závislost vzrůstající, pro jiné materiály (např. chrom/nikl) je klesající.

5.3.7 Příčná citlivost

U tenzometru by mělo docházet ke změně odporu a tím i přetvoření pouze v tzv „aktivní délce“ a jejich poměr by měl vyjadřovat deformační součinitel tenzometru. Někdy však může dojít, že dochází k deformaci i ve směru příčném k aktivní délce. Z hlediska měření je potom důležitá příčná citlivost.

Příčná citlivost tenzometru je definovaná:

$$q = \frac{k_t}{k_l}$$

kde k_l je deformační součinitel tenzometru ve směru aktivní délky a je definovaný

$$k_l = \frac{\Delta R / R_0}{\varepsilon_l}$$

a k_t je deformační součinitel ve směru příčném na směr aktivní délky, který je definován

$$k_t = \frac{\Delta R / R_0}{\varepsilon_t}$$

K zamezení vlivu příčné citlivosti se nejčastěji používá zesílení na koncích jednotlivých smyček v měřicí mřížce. Potom dojde ke koncentraci příčného přetvoření na malý prostor a není tím ovlivněna celá aktivní část tenzometru.

Druhým vlivem související s příčným přetvořením je zúžení v oblasti aktivní délky mřížky vlivem příčné kontrakce materiálu. Tento efekt způsobuje malou zápornou změnu odporu pro kladné přetvoření.

Tenzometry mívají běžně příčnou citlivost menší než 0,008.

5.4 Odezva tenzometru na změnu teploty

5.4.1 Zdánlivá deformace

Jestliže dochází ke kolísání teploty poté co byl tenzometr nainstalován na zkoušený objekt, budou hodnoty měřených deformací rovněž kolísat. K této skutečnosti přispívají tři faktory:

- teplotní součinitel délkové roztažnosti α_S zkoušeného materiálu,
- teplotní součinitel délkové roztažnosti α_G materiálu mřížky,
- teplotní součinitel elektrického odporu β_G materiálu mřížky.

Odporová odezva tenzometru vyvolaná změnou teploty může být vyjádřena jako součet odporové změny v důsledku rozdílných roztažností mřížky tenzometru a zkoušeného materiálu a odporové změny mřížky v důsledku jejího ohřátí :

$$\frac{\Delta R}{R} = k(\alpha_S - \alpha_G) \cdot \Delta T + \beta_G \cdot \Delta T = k \cdot \varepsilon_z$$

Zdánlivá deformace ε_z vyvolaná změnou teploty potom je

$$\varepsilon_z = \left[(\alpha_S - \alpha_G) + \frac{\beta_G}{k} \right] \cdot \Delta T = \left(\frac{\beta_G}{k} - \alpha_G \right) \cdot \Delta T + \alpha_S \cdot \Delta T$$

kde k je deformační součinitel
 ΔT je změna teploty

Poznámka.

V této souvislosti by bylo možno zavést pojem „teplotní součinitel měřeného místa

α_M

$$\alpha_M = (\alpha_S - \alpha_G) + \frac{\beta_G}{k}$$

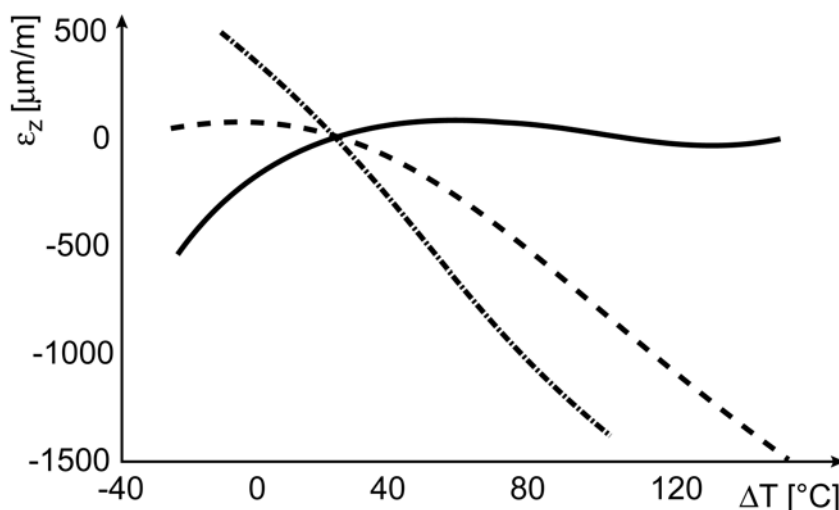
Potom je tedy

$$\varepsilon_z = \alpha_M \cdot \Delta T$$

Závislost zdánlivé deformace na teplotě uvádějí někdy výrobci tenzometrů ve tvaru polynomu; to je zvláště vhodné pro početní korekci jejího vlivu.

Chyba v důsledku výskytu zdánlivé deformace může být značně velká jestliže se teplota prostředí výrazně liší od vztažné teploty (kterou je obvykle pokojová teplota).

Příklad údajů zdánlivé deformace téhož tenzometru nalepeného a) na hliníku, b) na oceli a c) na křemíku je uveden na obr. 5.9

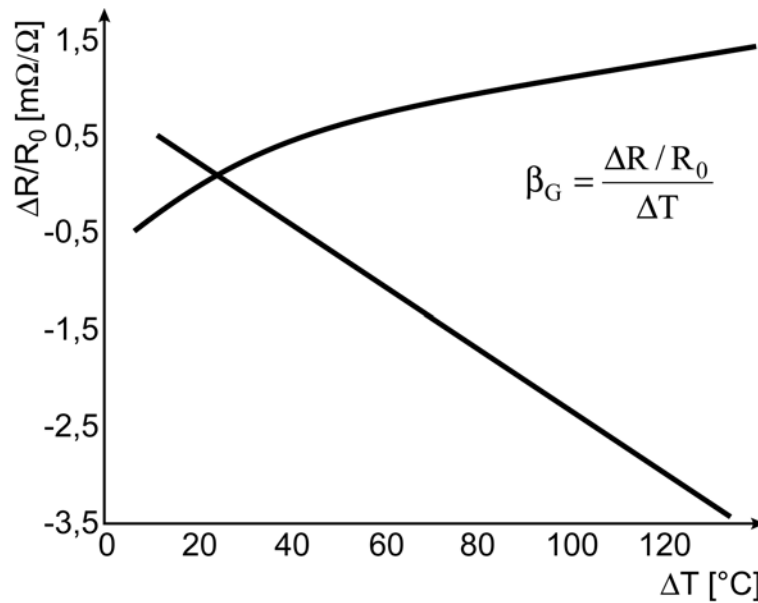


obr. 5.9

Projev zdánlivé deformace je jevem vratným.

5.4.2 Teplotně samokompensované tenzometry

Existují takové způsoby výroby a zpracování měřicí mřížky, kterými lze docílit minimalizace zdánlivé deformace v jistém teplotním intervalu. Především se k tomu nabízí možnost změny teplotního součinitele elektrického odporu materiálu mřížky. Ten lze ovlivnit jak úpravou chemického složení materiálu mřížky, tak i jejím tepelným a mechanickým zpracováním; podrobnější informace jsou samozřejmě výrobci tenzometrů přísně střeženy. Představu o možné míře ovlivnění poskytuje obr. 5.10

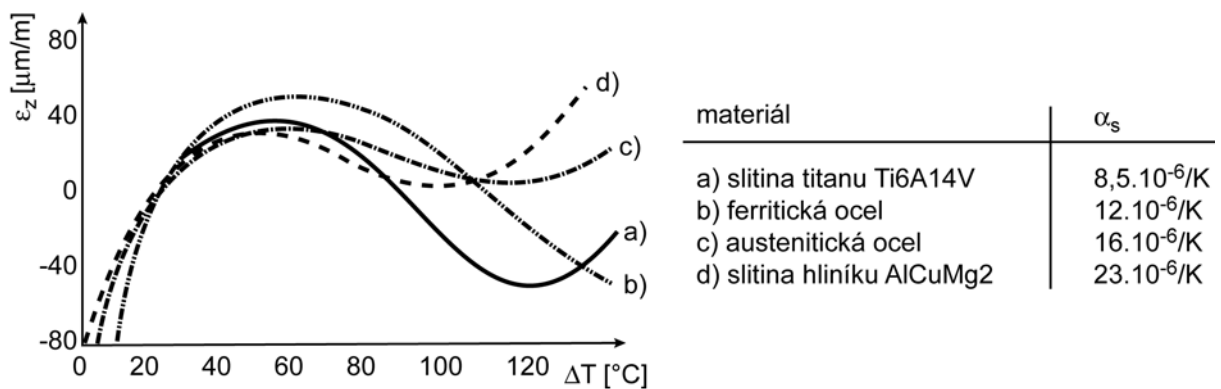


obr. 5.10

Jak je z obrázku zřejmé, lze tak docílit kladných nebo záporných změn β_G .
Snahou tedy je dosáhnout takové hodnoty β_G , aby byla splněna podmínka

$$\beta_G = (\alpha_G - \alpha_S) \cdot k$$

Hodnoty jednotlivých členů však nejsou lineárně závislé na teplotě a proto není možno dosáhnout dokonalé samokompensace tenzometru. obr. 5.11 naznačuje, do jaké míry může být dosaženo této samokompensace.



obr. 5.11

Takovéto tenzometry jsou nazývány teplotně-samokompenzovanými tenzometry (méně často též jako tenzometry s přizpůsobenými teplotními součiniteli).

Renomovaní výrobci přikládají grafy tohoto typu (případně i jejich analytické vyjádření ve tvaru polynomu) k jednotlivým balením svých tenzometrů. Je třeba zdůraznit, že takovéto údaje jsou platné pouze pro materiály měřených částí se stejnými teplotními

součiniteli délkové roztažnosti jako měly příslušné zkušební vzorky. (Další možné způsoby kompenzace vlivu teploty jsou rozebrány v kap. 4.3)

Optimální přizpůsobení teplotně-samokompensovaných tenzometrů teplotnímu součiniteli délkové roztažnosti materiálu součásti je možné pouze v případě aplikace tenzometru na plochem povrchu. K jistým odchýlkám od tohoto optima dochází u tenzometrů nalepených na zakřivených povrcích.

5.4.3 Teplotní drift

Teplotní drift je vyvolán především mikrostrukturálními změnami a oxidací nebo korozi měřicí mřížky. Další možnou příčinou může být také například relaxace napětí k níž dochází v měřicí mřížce nebo v lepidle v důsledku jejich ovlivnění teplotními změnami.. Tyto procesy jsou závislé na teplotě a na čase. Teplotní drift je nevratnou změnou, znemožňuje dosažení původního výchozího nulového bodu.

Významnými činiteli ovlivňujícími teplotní drift jsou jednak složení materiálu mřížky, jednak její tepelné a mechanické zpracování. Je známo, že za studena tažené nebo válcované materiály mřížky vykazují výraznější drift, který je zjevný již při poměrně nízkých teplotách okolo 100°C. Vedle toho popuštěné slitiny mají drift mnohem menší. Vliv má též historie mechanického zpracování mřížky tenzometru.

Rovněž nesprávná manipulace s tenzometrem během aplikace může drift výrazně zvětšit. Svým dílem přispívá též použité lepidlo: stejné typy tenzometrů mohou vykazovat různý drift v závislosti na použitém lepidle (např. za studena nebo za tepla tvrditelném).

Chyby způsobené teplotním driftem mohou být při měření vyloučeny vhodným můstkovým zapojením tenzometrů – do plného nebo polovičního můstku; při použití kompenzačních tenzometrů pak i využitím čtvrtinového nebo dvoučtvrtinového můstku.

5.5 Mezní podmínky při statické deformaci

Použití běžných tenzometrů je omezeno na interval $\varepsilon = \pm 3000 \mu\text{m}/\text{m}$. V některých případech je však nutné měřit i za touto hranicí. Maximální měřitelné přetvoření závisí na konstrukci tenzometru a na jeho materiálu. Existují speciální tenzometry, které umožňují měřit přetvoření až do 20 cm/m.

Měřicí mřížka tenzometru v plastické oblasti ztrácí svoje původní vlastnosti. Není proto možné v této oblasti provádět opakovaná měření a nebo jen ve velmi úzkém rozsahu. Není také praktické provádět měření na gumách a podobných materiálech.

Při měření velkých přetvoření dochází k nárůstu nelinearity a ta jednak na straně tenzometru, tak i na straně Wheatstonova mostu. Tyto nelinearity již nejdou zanedbat jako nepodstatné. Zatímco nelinearity Wheatstoneova mostu jsou zdokumentované v literatuře, o nelinearitách tenzometru není příliš informací známo. Jsou známe pouze některé konkrétní měření s určitým typem tenzometru z daného materiálu.

Při mikrostrukturální změnách v materiálu měřicí mřížky pod vlivem plastické deformace dochází ke změně teplotního koeficientu odporu. Proto tenzometry pro velké přetvoření nemohou být vyráběny jako teplotně samokompensovatelné. Tenzometry s teplotní samokompensací tuto vlastnost při plastické deformaci ztrácejí.

5.6 Mezní podmínky při dynamickém namáhání

Tenzometry lze bez problémů používat pro dynamická měření. Protože mají minimální hmotnost, nedochází k ovlivnění měřeného místa. Při dynamických měření je třeba brát ohled na dva limitující faktory:

- únavové a lomové vlastnosti tenzometru
- horní frekvenci, kde lze spolehlivě měřit.

5.7 Únava tenzometru

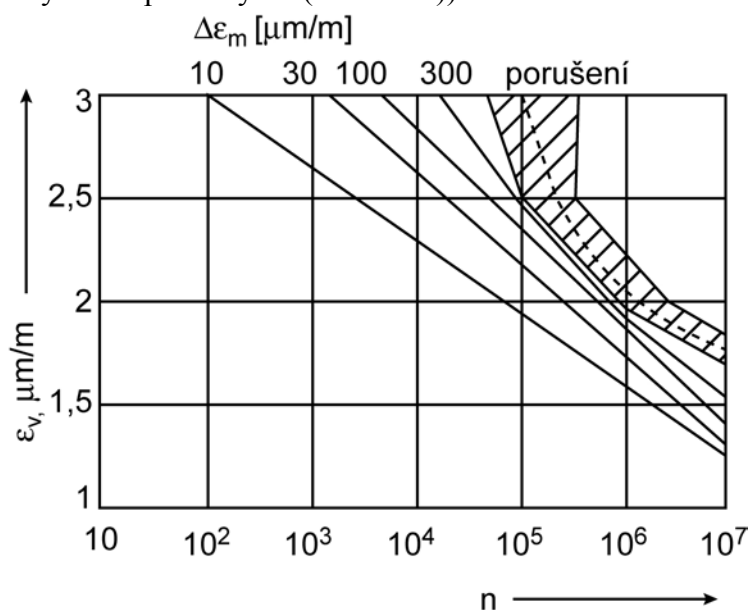
V případě zatěžování tenzometru konstantní amplitudou může dojít občas k nerovnoměrnosti v indikaci amplitudy zatěžující síly a nebo tvarovému zkreslení. Tento problém vzniká v měřící mřížce a připevňovacích kontaktech. Tuhost podložky a adheziva je příliš velká a proto se nepředpokládá jejich poškození.

Pro tenzometry s metalickou měřící mřížkou se poškození měřící mřížky může projevit dvěma způsoby:

- Přírůstkem odporu vlivem amplitudy a kolísáním zatížení, ke kterému dochází v důsledku driftu dynamické nuly.
- Narůstajícím porušováním materiálu, mikroskopickými trhlinami na hranicích zrn v materiálu měřící mřížky. Je to pomalu narůstající proces, znamenající trvalé poškození

Z řady provedených experimentů vyplynulo, že tenzometry s dlouhou měřící mřížkou mají poněkud lepší únavové vlastnosti než tenzometry s krátkou mřížkou.

Výrobce tenzometrů udává závislosti posuvu nulového bodu ve vztahu k amplitudě přetvoření u střídavého cyklu na počtu cyklů. (obr. 5.12)

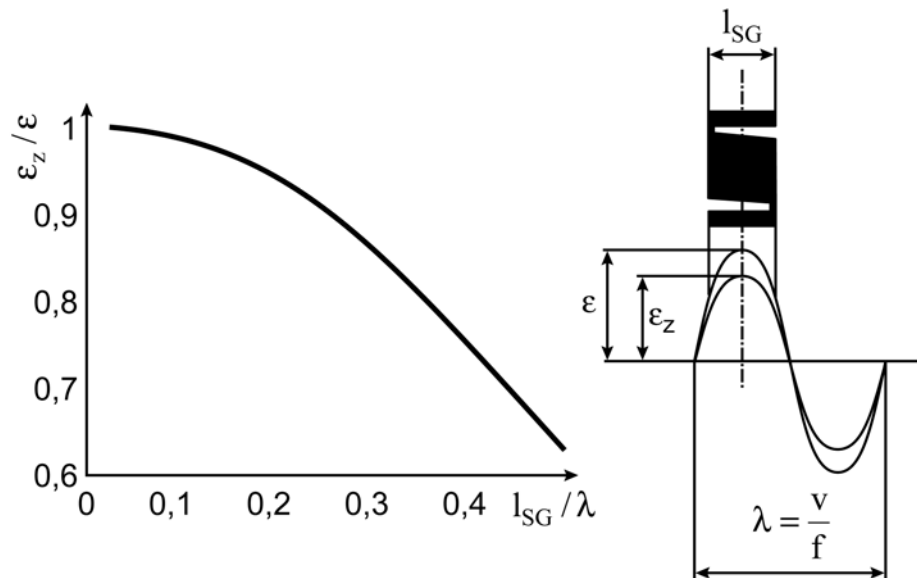


obr. 5.12

5.8 Mezní frekvence

V případě zatěžování, které vyvolává v materiálu vznik podélných vln, jako jsou třeba rázy, může dojít ke stavu, kdy přetvoření, které vzniká pod tenzometrem má tak malou vlnovou délku, že tenzometr svojí integrační schopností dokáže zprůměrovat vzniklé špičky a udává nám pouze střední hodnotu přetvoření. Pro správné měření musí být poměr aktivní

délky tenzometru a vlnové délky procházejícího podélné vlny (vlnová délka zvuku v oceli je 5000 ms^{-1}) co nejmenší. Jen v tom případě změříme skutečnou špičkovou hodnotu. Pro měření rázů a rychlých dynamických dějů se doporučuje používat tenzometry s maximální délkou mřížky 3-6mm.



obr. 5.13

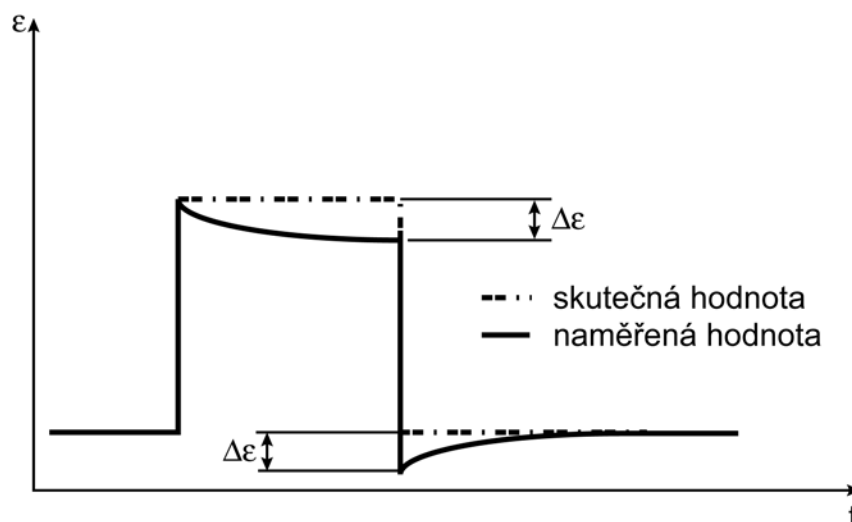
5.9 Napájecí napětí

Když tenzometrem o odporu 120Ω protéká např. napětí 5V, potom je proudové zatížení přibližně 20 mA. Potom i poměrně malá změna napětí může způsobit při extrémně nízkých příčných průřezích, které se u tenzometrů vyskytují, velkou proudovou zátěž. Ta následně může způsobit ohřátí tenzometru podobně jako okolní teplota, přehřátí měřící mřížky a krycí vrstvy, ohnutí podložky, způsobit hysterezi, creep a nestabilitu nulového bodu.

Z tohoto důvodu udává výrobce maximální možnou napěťovou zátěž tenzometru. V případě, že měříme v prostředí, které nám nějak dále ovlivňuje tenzometry (např. teplota okolí) je nutno buď napětí protékající tenzometrem buď snížit a nebo přejít na pulsní napájení.

5.10 Creep

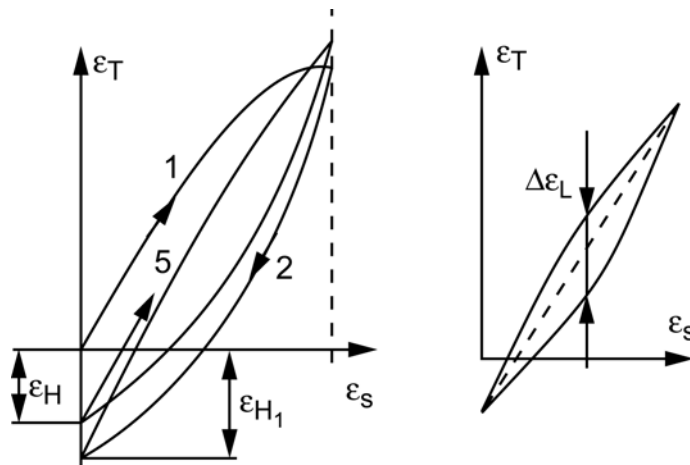
Efekt creepu se projevuje při instalaci tenzometru na měřené místo, kdy v případě konstantního statického zatížení po čase dochází k poklesu měřené veličiny (obr. 5.14). Creep způsobují materiálové vlastnosti jednotlivých vrstev, pomocí kterých je přetvoření přenášeno k měřící mřížce. Efekt creepu se více projevuje tenzometrů s kratší aktivní měřící délkou. Na velikost creepu má také vliv použitého lepidla. Metody jak kompenzovat creep jsou prakticky dvě. Lze použít tenzometry, které jsou konstrukčně uspořádané tak, aby se u nich creep nevyskytoval, a nebo lze využít elastického „after“ efektu, který má stejný průběh jako creep, ale je přesně opačný. Použití tohoto efektu, je však v praxi dosti obtížné.



obr. 5.14

5.11 Hystereze

Hystereze u tenzometrů je rozdíl v hodnotě naměřené změny odporu při vzrůstu a následném poklesu přetvoření na stejné úrovni přetvoření. Jako i jiné parametry, tak i hystereze nezávisí jen na tenzometru, ale i řadě jiných parametrů, které nám definují měřené místo (přípevnění, podložka, atd.) Experimenty ukazují, že hystereze se s počtem zatěžovacích cyklů snižuje, až se ustálí na konstantní hodnotě. Při pečlivém nalepení tenzometru je obvykle hystereze v rozmezí (0,25 – 0,5%) měřené deformace (obr. 5.15).



obr. 5.15

5.12 Vliv provozních podmínek na vlastnosti tenzometrů

Provozní podmínky zahrnují nejen vlivy na tenzometr, ale i vlivy na měřící místo. Přesnost měření ovlivňuje mnoho faktorů, jako např. kvalita přípevnění, zahrnující jak pečlivou přípravu měřícího místa, tak i jeho následné efektivní zabezpečení apod.

5.12.1 Vlhkost

Stejně jako teplota, tak i vlhkost mohou způsobit problémy při měření. Změny vlhkosti v průběhu měření mohou způsobit nekontrolovatelné změny v nulové hodnotě a deformační citlivosti tenzometru a měření bude potom zatíženo chybou.

Vlhkost narušuje měřené místo pronikáním přes izolaci, snižuje izolační odpor mezi tenzometrem a měřeným místem. Může též ovlivnit i izolační odpor přírodních kabelů. Změny vlhkosti také mohou způsobit vzduť a pokrčení překrytí tenzometru a změny vlastností lepidla. V krajním případě může dojít i k úplnému odlepení tenzometru. Vysoká vlhkost může způsobit korozi mřížky.

Pro úspěšné měření ve vlhkém prostředí je třeba použít vhodné a spolehlivé krycí prostředky a přesně dodržet podmínky pro jejich aplikaci.

5.12.2 Hydrostatický tlak

Z literatury je známo, že tenzometry vydrží tlak 1000MPa bez jakéhokoliv poškození. Při zatížení tlakem dochází k malé změně odporu v závislosti na tlaku, která se projevuje jako chyba měření.

Nejdůležitějším faktorem je zde kvalita lepení tenzometru. Ta je pro měření za působení hydrostatického tlaku a nebo vakua je důležitější než v ostatních případech.

Použité lepidlo nesmí obsahovat rozpouštědla, která vytvářejí plynné substance během vytvrzování. Je třeba použít takové lepidlo, které umožní vytvořit tenkou stejnoměrnou vrstvu. Vrstva lepidla musí být bezpodmínečně bez bublinek. Každá takováto vada se projeví např. v hysterezi, změnách nulového bodu a nebo porušením měřicí mřížky. Také krycí vrstva tenzometru musí být bez vzduchových bublinek. Nestejnoměrná vrstva lepidla způsobí pokrivení měřicí mřížky, což rovněž ovlivní velikost měřené veličiny.

Uvedeným problémům lze předejít pečlivou přípravou měřeného místa.

Další problémy vznikají v důsledku:

- piezorezistivního efektu v měřicí mřížce,
- stlačování podložky pod měřicí mřížkou tenzometru a lepidla,
- vlastností povrchové vrstvy materiálu měřeného místa (rovinná nebo zakřivená plocha, pórovitý nebo jemně zrnitý povrch apod., velikost modulu pružnosti v tahu a Poissonova čísla).

Jako nežádoucí se mohou vyskytnout následující jevy:

- piezorezistivní efekt na konektorech kabeláže uložené v tlakové oblasti,
- oteplení v důsledku adiabatického ohřevu při stlačování nebo ochlazení při rozpínání

5.12.3 Radioaktivní záření

Existuje několik druhů radioaktivního (jaderného) záření – záření α , β , γ a neutronové záření.

Působením tohoto záření dochází k nežádoucímu ovlivnění organických podložek tenzometrů a lepidel. Keramické materiály snášejí ozáření dobře. Byly též pozorovány odporové změny v důsledku ozáření u některých materiálů měřicí mřížky. V blízkosti letovaných vývodů dochází ke značným změnám izolačního odporu – proto jsou vhodnější tenzometry s navařovanými vývody.

Z uvedeného je zřejmé, že kvalitní měření za těchto podmínek vyžaduje speciální druhy tenzometrů a metod jejich aplikace.

materiálu.

5.12.4 Vliv magnetického pole

Působením magnetického pole při tenzometrickém měření dochází:

- k magnetostrickci zkoušeného tělesa, na němž jsou nalepeny tenzometry,
- k magnetostrickci materiálu měřicí mřížky použitého tenzometru,
- k magneto-resistivitě materiálu měřicí mřížky použitého tenzometru
- ke vzniku elektrického napětí v tenzometru a jeho přívodech v důsledku proměnného magnetického pole.

Jestliže je feromagnetický materiál vystaven působení magnetického pole, dochází díky magnetostrickci ke geometrickým změnám tohoto materiálu, které je přenášeno i na aplikovaný tenzometr.

V důsledku magnetostrickce může být ovlivněn i samotný tenzometr: změny jeho geometrických rozměrů vyvolají vznik zdánlivé deformace.

Magneto-resistivní jev je vlastnost se kterou se setkáváme téměř u většiny feromagnetických materiálů, kdy díky působení magnetického pole dochází ke změnám elektrických vlastností samotného materiálu. V dnešní době je převážná většina tenzometrů vyráběna ze slitiny Cu-Ni, která je na tento jev málo citlivá.

Proměnné magnetické pole indukuje elektrické napětí v mřížce tenzometru a jeho přívodech; toto napětí je potom superponováno na napětí související s měřenou veličinou a způsobí tedy jeho zkreslení. K zabránění působení těchto nepříznivých vlivů slouží například stínění měřicího obvodu, nebo se používají neinduktivní snímače, kdy jsou poloviny měřicí mřížky tenzometru vinuty v opačném směru. Tímto jevem je samozřejmě ovlivněna i přívodní kabeláž, u níž je nutno zaručit dostatečné stínění.

5.13 Instalace odporových tenzometrů

5.13.1 Příprava plochy k lepení

5.13.1.1 Příprava kovových ploch

Podmínkou dobrého spojení je zdrsněná, přilnavá plocha. Které z dále popsaných kroků jsou nutné, závisí na stavu měřeného tělesa.

Hrubé čištění

Rez, okuje, nátěry a podobná hrubá znečištění je nezbytné odstranit v dostatečném rozsahu okolo místa lepení.



Zarovnání

Jamky, poškrábání, hrbolatost a další nerovnosti je nutné opílovat, zbrusit nebo odstranit jiným vhodným způsobem.

Odmaštění

Volba vhodných odmašťovacích prostředků a rozpouštědel závisí na způsobu znečištění i na odolnosti čištěného předmětu vůči použitému čisticímu prostředku. Vhodná jsou silná rozpouštědla mastnot, methylethylketon, aceton. Vosky a podobné látky se rozpouštějí v toluenu.

Čištěná plocha se otře netkanou látkou, napuštěnou rozpouštědlem. Napřed se vyčistí větší plocha kolem místa lepení a postupně se čistí stále menší plocha, aby se nečistoty z okraje nedostávaly na místo lepení. Větší plochy se vyčistí nejdříve vodou a čisticím práškem, pak se opláchnou. Na vyčištěné ploše musí zůstat neporušený vodní film, který se vysuší netkanou látkou. Vhodný způsob čištění je ultrazvuková lázeň nebo čištění horkou párou.

Rozpouštědla musí být chemicky čistá a nesmějí po nich zůstat žádná rezidua; technická čistota rozpouštědel není dostačující! Nepoužívá se rozpouštědlo přímo ze zásobní láhve, vždy se část oddělí do vhodné čisté nádoby. Zbylé rozpouštědlo nikdy nenaléváme zpět do zásobní láhve. Jednou použitá čisticí látka nebo tampon se už nepoužívá znovu, ale vyhodí se. Zásadně je znovu nenamáčeme do rozpouštědla.



Zdrsnění

Lehce zdrsněný povrch dodává lepidlu nejlepší přilnavost. Toho se dosáhne naleptáním nebo opískováním ostrým brusným materiálem, např. pískovacím korundem (o zrnitosti asi 80 -100). Tlakový vzduch a pískovací materiál musí bezpodmínečně být zbavené mastnot. Kde není možné použít leptání ani pískování, zdrsní se povrch smirkovým papírem (o zrnitosti např. 180 nebo 300). Mechanická, popř. chemická úprava povrchu musí proběhnout krátce před lepením, aby se znovu nevytvořily oxidační vrstvy.

Dočištění

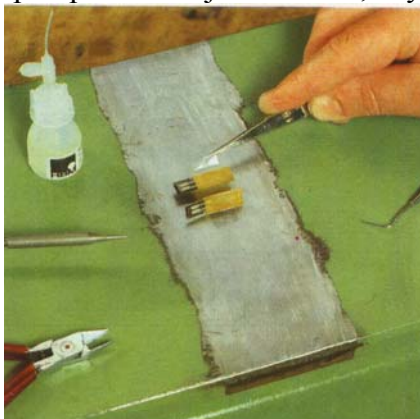
Prach a nečistoty vzniklé při zdrsňování se musí pečlivě odstranit. K tomu se použije rozpouštědlo a netkaná látka. Látka se uchopí čistou pinzetou a jeden tampon se použije pouze pro jeden tah. V čištění se pokračuje tak dlouho, dokud jsou na látce viditelné stopy nečistot. Případná vlákna z látky se odstraní hedvábným papírem. Rozhodě se neodstraňují vlastním dechem. Lepené místo – místo měření se nechá dobře vyschnout a už není dovoleno se jej dotýkat prsty.

5.13.1.2 Příprava nekovových ploch

Nekovové povrchy se připravují v zásadě shodně s povrchy kovovými. Lepené plochy musí být zbavené mastnot a podle možnosti i zdrsněné.

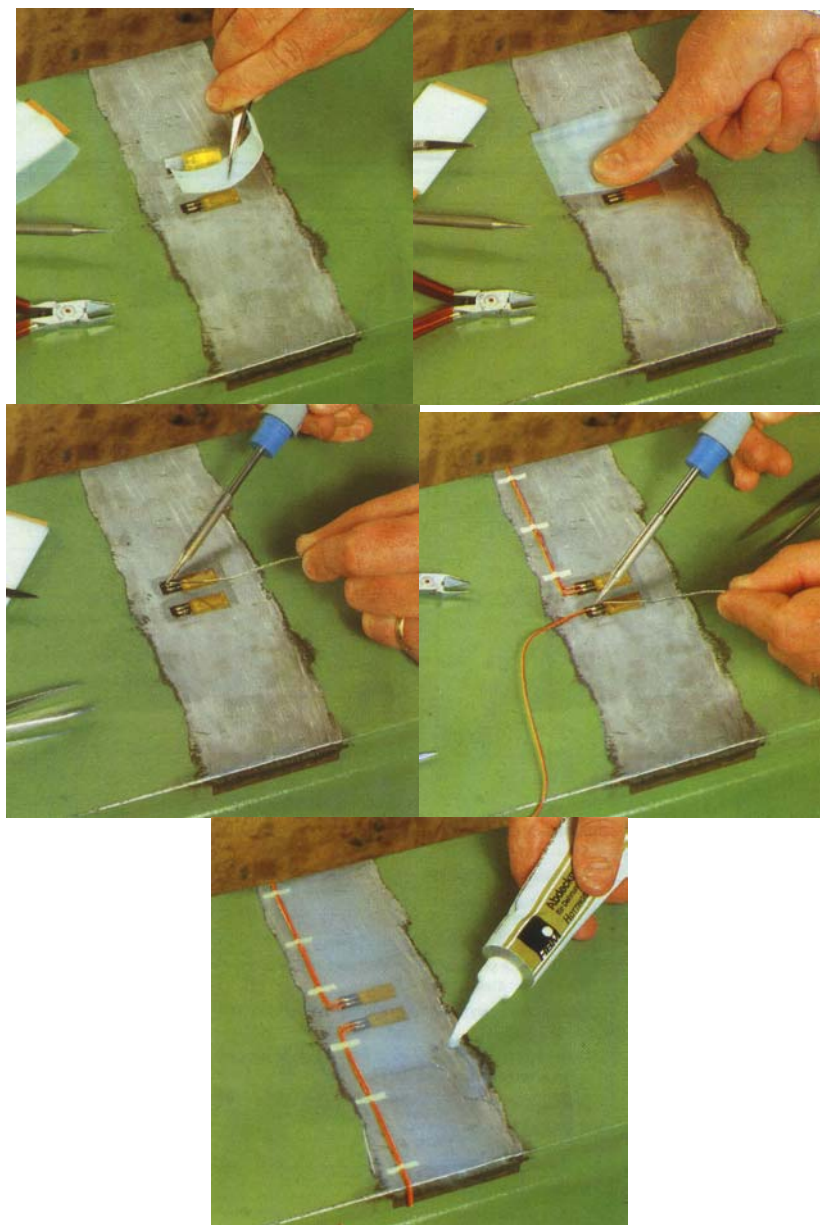
- **Příprava tenzometru**

Lepená strana tenzometru se opatrně očistí kouskem netkané látky, napuštěné freonem. V případě potřeby se přichytí kontaktní plochy tenzometru lepící páskou, tou se přitom zakryjí také integrované pájecí body. K přilepení tenzometru i pájecích bodů tak stačí jediná operace. V případě silně zakřivených ploch je zapotřebí tenzometry z fenolových pryskyřic předem zformovat např. horkým vzduchem, nebo podle modelu, vyhřátého na 150°C. Polyamidové tenzometry tuto přípravu nepotřebují. Tenzometr se umístí a vyrovná na požadovaném místě a přichytí se lepící páskou na jedné straně, aby se tenzometr dal odklápět.



- **Postup lepení**

Tenzometr se odklopí, na lepenou plochu se nanese dostatečné množství lepidla (vrstva je tloušťky asi 0,5 mm), tenzometr se přiklopí zpět, překryje se proužkem celofánu nebo teflonové fólie a otáčivým pohybem palce se vytlačí přebytky lepidla, přičemž se dbá, aby se tenzometr nestrhnul ani neposunul. Zbývající vrstva lepidla by měla být co nejtenčí, asi 0,05 mm až 0,08 mm. (Vrstva lepidla na tenzometru zabraňuje vniknutí vzduchových bublin.) Při pokojové teplotě se tenzometr podrží přitisknutý palcem určitou dobu, podle typu použitého lepidla a pak se nechá volně vytvrdit. Při teplotách kolem 0°C je nutné držet tenzometr přitisknutý silou asi 10 N až 20 N po dobu 20 až 30 minut. Jakmile lze celofán nebo folii beze zbytku sejmout, může se začít s připevňováním vodičů k tenzometru. Pokud jsou přívody tenzometru pro přebytek lepidla nepřístupné, lze lepidlo roztavit pájkou a současně přívody vytáhnout pinzetou. Pokud se očekávají velká zatížení nebo činnost při nízkých teplotách, nesmí na tenzometru zůstat silné vrstvy lepidla. V takovém případě mají tenzometry tendenci odskočit.



- **Odlepení přilepeného tenzometru**

Pokud není možné přilepený tenzometr uvolnit mechanicky, lze jej uvolnit methylethylketonem, acetonem nebo podobnou látkou. Tenzometry z fenolových pryskyřic a polyamidové pouze bobtnají a jejich uvolnění trvá dlouho, protože rozpouštědlo může k lepidlu pronikat jen pomalu. Předměty malých rozměrů se do rozpouštědla ponoří, u větších dílů se položí na místo lepení chomáč vaty napuštěný rozpouštědlem a překryje se polyethylenovou fólií, aby se omezilo odpařování rozpouštědla.

5.13.2 Používané techniky lepení

5.13.2.1 Dvousložkové rychle tuhnutí lepidlo X60

Rozsah použití

Rychle tuhnutí lepidlo X60 je určeno k nalepování tenzometrů na měřené těleso. Je vhodné pro tenzometry se spodní nosnou částí vyrobenou z polyamidu a fenolové pryskyřice. Mezi jeho přednosti patří jednoduché použití a krátká doba přípravy k lepení. X60 se váže na

všechny běžné kovy a řadu nekovových materiálů jako např. beton, porcelán, sklo, plasty. X60 se skládá z práškové pryskyřice **A** a tekuté složky **B**.

Teplotní meze

Statická měření: -200°C až +60°C

Dynamická měření: -200°C až +80°C

Teploty do 150°C snáší lepidlo bez poškození, ale po dobu působení zvýšené teploty není měření možné (současně je nutné dbát na teplotní meze vlastního tenzometru).

Přípustná deformace

Roztažnost závisí na druhu zpracování, na čistotě a materiálu lepené plochy, rozměru a druhu termočlánku i na teplotě. Společně s velkou roztažností polyamidové podložky lze u vysokotahových tenzometrů za pokojových teplot dosáhnout roztažnosti a stlačitelnosti větší než 10^5 $\mu\text{m/m}$.

Lepení na nekovové plochy

Polymethyl-metakrylátové sklo (plexisklo), polyvinylchlorid (PVC) – neměkčený i měkčený stav, polyesterové pryskyřice – včetně odlitků zpevněných skelnými vlákny, polystyren, epoxidové pryskyřice se zdrsňeným povrchem a teflon připravený k lepení povrchovou úpravou sodíkem.

K lepení se nehodí materiály jako polyethylén a neupravený teflon. U ostatních látek je nutné možnost lepení ověřit pokusně. Při používání rozpouštědel je nutná opatrnost. Rozpouštědlo nesmí povrch materiálu lepicí plochy naleptávat ani jinak poškozovat. U skla, porcelánu a emailů není zdrsňování povrchů nutné.

Cementové zbytky z betonu se odstraní sekáčem, špičákem nebo drátěným kartáčem. Prach ofoukejte stlačeným vzduchem. Porézní plochy se nejprve zatmelí lepidlem X60 a stěrkou se nanesou do roviny. Tenzometr je možné nalepit přímo na zatmelený povrch.

Doba tuhnutí

Jak je u chemických reakcí obvyklé, závisí doba do vytvrzení na okolní teplotě, případně na teplotě lepených dílů. Měření nesmí začít dříve než uplynou následující doby vytvrzení:

Teplota [°C]	Doba vytvrzování [min] pro dynamická měření	Doba vytvrzování [min] pro statická měření
20	10 – 15	20 – 30
0	50 – 60	60 – 90

Při nižších teplotách lze čas vytvrzování zkrátit opatrným zahříváním například infralampou.

Další možnosti použití

Pokud nelze v okolí měřeného místa vrtat otvory pro svorky apod., je možné k upevnění vývodových drátků a kabelu použít lepidlo X60, do kterého se ve větších nebo menších odstupech kabel usadí. Stejně vhodné je lepidlo X60 pro upevnění pájecích bodů.

Skladování

Skladovatelnost vysoce reaktivních monomerů, k nimž patří složka B lepidla, podléhá jistým nezbytným omezením. Při teplotě 20°C a při uzavřeném balení je trvanlivost složky B jeden rok nebo déle. Použitelná je, dokud je tekutá jako voda, nebo benzín a při míchání se složkou A smáčí stěny mističky. Jakmile má olejovitý charakter a táhne se ve vláknách, je

nepoužitelná. Intenzivní působení světla (přímé sluneční záření, ultrafialové světlo rtuťových lamp, smíšené světlo a světlo zářivek) může tekutinu předčasně vytvrdit nebo zahustit. Doporučuje se proto lahvičku před spotřebováním tekutiny ukládat v uzavřeném balení. Doba použitelnosti se dá výrazně prodloužit uložením v chladničce. Skladováním v přílišném chladu není možné kapalinu poškodit. Před použitím je potřeba nechat X60 samovolně prohřát na pokojovou teplotu, protože přechlazené lepidlo velmi pomalu vytvrzuje. Složka A (prášek) je poměrně netečný a je-li skladován v suchu, je jeho trvanlivost delší než jeden rok.

Bezpečnostní pokyny

Při práci s X60 zabraňte přímému kontaktu s očima nebo kůží i nadýchání jeho výparů. V případě potřísnění kůže je potřeba opláchnout zasažená místa dostatečným množstvím tekoucí vody. Při zasažení oka jej vyplachujeme proudem vody po dobu 15 minut. Je nutné dbát na důkladné odvětrání pracovního prostoru; na pracovišti by se proto mělo používat odsávací zařízení.

Složka B je hořlavina s bodem vznícení +15°C. Je dobré proto dbát příslušných pokynů a předpisů pro nakládání s hořlavými rozpouštědly a monomery. Veškeré příslušné předpisy a informace jsou shrnuty v listu technických údajů DIN 52 900, kterou poskytne firma HBM na požádání.

5.13.2.2 Jednosložkové rychle tuhnutí lepidlo Z70

Z70 je jednosložková rychle-lepicí hmota bez rozpouštědla ze skupiny kyanoakrylátů. Od lepidel Z65 se liší kratší kondenzační dobou a značně zlepšenou manipulační jistotou, čímž se dosáhne dalšího zjednodušení tenzometrické lepicí techniky. Z70 se hodí k nalepení odporových tenzometrů s podložkou z pryskyřice akrylové, pryskyřice fenolické a polyamidu. Z70 se pojí se všemi v praxi obvyklými kovy a s mnoha plastickými hmotami. Nehodí se k lepení poréznych hmot, jako např. betonu, dřeva, pěnové plochy apod.

Všeobecně

Vytvrzení kyanoakrylátové lepicí hmoty nastává katalytickým působením absorbované vlhkosti ze vzduchu. Nejvhodnější podmínky se jeví při relativní vlhkosti vzduchu mezi 40 a 70%. Při relativní vlhkosti pod 30% se znatelně zpozdí reakce, v extrémních případech se může reakce i zastavit. Více než 80% relativní vlhkosti způsobí rázové vytvrzování. Napětí, která přitom vzniknou ve vrstvě lepicí hmoty sniží pevnost spoje. Je tedy nutno dbát na to, aby nebyly překročeny mezní hodnoty relativní vlhkosti 30% a 80%. Vytvrzování probíhá úplně jen u tenkých vrstev lepidla a v uvedeném čase. Tlusté vrstvy lepicí hmoty se vytvrzují pomalu a neúplně. Proto jsou nevhodné velmi zdrsněné spojovací plochy. Potřebný tenký film lepidla, u kterého reakce proběhne, se docílí stejným přitlačením tenzometru na měřený objekt.

Vytvrzovací rychlost je závislá na chemickém stavu dílů, které se mají spojovat. Zásadité materiály zrychlují tuhnutí, kyselé materiály mohou tvrdnutí nejen zpozdit, ale i úplně zastavit. Směrné hodnoty vytvrzování v závislosti na lepeném materiálu při lepicí teplotě 20°C a relativní vlhkosti 65% jsou tyto:

Materiál stavebního dílce	Vytvrzovací doba v sekundách
Ocel	40 – 80
Hliník	30 – 60
Umělá hmota	10 – 60

Tab. 5.1

Konečné tvrdosti se dosáhne přibližně po 24 hodinách, měření je ovšem již možné po uplynutí časů uvedených v tab. 5.2.

Způsob měření	Lepicí teplota [°C]	
	5	20
	Nejkratší vytvrzovací doba [min]	
Dynamicky	90	10
Staticky	120	15

Tab. 5.2

Hustota	g/cm ³	1,1
Bod vzplanutí podle DIN 53213	°C	85
Třída nebezpečí podle PVO		A III
Teplotní stálost		
Bod měknutí	°C	165
Trvalá stálost	°C	-30 až +100
Krátkodobá stálost	°C	-200 až +160
Teplotní meze pro měření roztažnosti		
Staticky	°C	-70 až +80
Dynamicky	°C	-200 až +90
<i>Rozpusťnost:</i> dimethylformamid, acetonitril, dimethyl-sulfoseid, zásada; bobtnání po delším uskladnění v esterech (ethylacetatech) a ketonech (aceton, methyl-ethyl-keton)		

Tab. 5.3 Fyzikální údaje

Neutralizace

Kyseliny zpozdí nebo úplně zamezí vytvrzení lepidla. Proto se doporučuje materiály reagující kyselé neutralizovat 5% čpavkovým roztokem. K tomu se používá vatová tyčinka, mírně navlhčená a potírá se s ní lepicí plocha. Poslední rozprašování s freonem nebo Frigenspray (výrobek HBM) se doporučuje k odfoukání vatových vláken. Měřené místo musí být úplně suché a nesmíme se ho již dotýkat prsty.

Uskladnění

Z70 je nutno chránit před teplem, slunečním svitem a vlhkostí a proto se uskládňuje v suchu a chladu. Za těchto podmínek zaručuje HBM použitelnost 5 měsíců od natištěného data expedice. Podle dřívější zkušenosti je možné prodloužit dobu použitelnosti. Lepidlo lze upotřebit, pokud se nezvýší značně viskozita. Skoro neomezené doby skladovatelnosti se docílí zmrznutím lepicí hmoty při -15°C. Před upotřebením se Z70 rozpustí a musí se bezpodmínečně přivést na pokojovou teplotu.

Bezpečnostní a preventivní opatření

Je nutno dodržovat odborné bezpečnostní předpisy pro manipulaci s rozpouštědly. Vlastní lepidlo Z70 je fyziologicky nezávadná. Má se zamezit dotyku pokožkou, jelikož na ni přilne. Dostane-li se vzdor ochranným brýlím lepicí hmota do očí, je nutno je vypláchnout pod tekoucí vodou nebo borovou vodou a vyhledat lékaře. Podle dosavadních zkušeností se

poškození oční rohovky vyléčí během několika dní a nezanechá žádným trvalým poruchám zraku.

5.13.3 Ochrana proti vnějším vlivům

Aplikované odporové tenzometry vyžadují určitou ochranu zejména proti mechanickým a chemickým vlivům. Dokonce i za ideálních podmínek, jaké jsou např. dosaženy v laboratorním prostředí, se vlastnosti nalepených tenzometrů mění v čase, jestliže nejsou použity žádné ochranné prostředky. V laboratorních podmínkách s kontrolovanou nízkou hladinou relativní vlhkosti může být dostačující ochrana před světlem a před náhodným dotykem prsty – perspirací. Za drsnějších okolních podmínek je třeba měřené místo a zejména tenzometr chránit před různými výpary, mlhou, párou, vodou, oleji, teplem a mechanickým ovlivněním. Pro první případ postačí jednoduchá těsnicí vrstva, ale v ostatních případech musí být nanášeno několik různých vrstev z různých ochranných materiálů, aby se vytvořila opravdu dobrá bariéra proti těmto nepříznivým vlivům. Avšak je dobré vědět, že absolutní ochranu vzorku do dlouhou dobu je možné zaručit pouze hermetickou ochranou. Tato úroveň ochrany je proto užívána často v komerčně užívaných snímačích. Všechny ostatní krycí prostředky, dokonce i když patří mezi nejlepší, tak budou poskytovat vhodnou ochranu pouze po určitou dobu. Doba ochrany pak bude závislá na typu krycího prostředku, jeho hustotě a také na aktivitě agresivního média. Doba vhodné ochrany tak může trvat od několika hodin až po několik let, samozřejmě v závislosti na aktuálních podmínkách. Požadovaná doba ochrany nezáleží pouze na užitné době aplikovaného tenzometru, ale záleží také na době každého měření, na možnosti kontrolovat nulový bod mezi měřeními a také záleží na požadované přesnosti.

Postupná degradace aplikovaného tenzometru, například vlivem vlhkosti bude mít za následek změnu nulového bodu. Jestliže je možné tento proces ovládat změnou zatížení vzorku a také jestli zůstanou uvnitř akceptovaného intervalu (např. 100...200 $\mu\text{m}/\text{m}$), teprve potom můžeme začít s měřením deformace a napětí s uspokojivou přesností. Další kontrolou, že použitý tenzometr je v pořádku, může být velikost izolačního odporu. Jestliže izolační odpor klesne z $1\text{G}\Omega$ na $1\text{M}\Omega$ pak se i nulový bod změní o $-60 \mu\text{m}/\text{m}$ pro 120 ohmovou mřížku, o $-175 \mu\text{m}/\text{m}$ pro 350 ohmovou mřížku a o $-350 \mu\text{m}/\text{m}$ pro 700 ohmovou mřížku (pro deformační parametr mřížky $k = 2$). To znamená že snížení hodnoty izolačního odporu je také funkcí odporu měřeného místa.

Kritickou degradaci aplikovaného tenzometru může mít na svědomí také difuze leptadla nebo vodivosti materiálu a také koroze. Koroze prudce vzroste jestliže použijeme stejnosměrný proud pro napájení tenzometru. Zkušenosti ukazují že se tvoří galvanické články, jejichž napětí se superponuje na měřený signál. Tento jev vede ke značným chybám v měření. Taktéž není možno přehlédnout, že ochranu proti nepříznivým vnějším vlivům nepotřebují jen měřicí mřížky ale také kabeláž. Tenký předmět nemůže být vyroben tak tuhý aby se zamezilo větší deformaci při zatížení. Plastické materiály nesmějí být zatěžovány činiteli obsahující rozpouštědla. Je jasné že nelze dávat příslušné instrukce pro každý případ zvlášť. Avšak, následující rady by mohly být postačující pro vytvoření vhodných prostředků pro ochranu měření před většinou problémů s nimiž se lze setkat.

Některé rady pro užití ochranných vrstev při aplikaci tenzometrů

Je dobré uvážit následující rady před výběrem krycích vrstev:

- Okolní podmínky
- Délka měření

- Požadovaná životnost
- Požadovaná přesnost
- Materiály které budou v kontaktu by měly mít velký izolační odpor
- Materiály v kontaktu by neměly být příčinou vzniku chemických reakcí a koroze.

Přehled všeobecných ochranných materiálů

- Polyuretanový lak PU 100
Je lak, který vysušuje vzduch v okolí aplikované mřížky. Je vhodný pro ochranu před slunečním zářením, dotykem – perspirací a prachem ze vzduchu s normální průměrnou vlhkostí. Je také vhodný jako spodní vrstva pod jinými krycími prostředky. Je odolný proti olejům a má dobrou ošetrupzdornost.
- Nitrilový lak NG 150
Je lak, který vysušuje vzduch v okolí aplikované mřížky. Vlastnostmi a aplikací je podobný laku PU 100. Je odolný proti benzínu a olejům
- Silikonový lak SL 450
Je lak, který vysušuje vzduch v okolí aplikované mřížky. Preferuje se při ochraně keramických cementů (u měření za vysokých teplot) proti absorpci vlhkosti a nečistot.
- Permanentí plastický tmel AK 22
Výhody:
Jednoduché použití po rozhnětení. Výborná adheze a rovněž velmi dobrá ochrana před vlhkostí a vodou. Může být použit i pod vodou. Doba použití ve 20°C vodě je zhruba 1 rok, v 75°C vodě pak průměrně do 3 týdnů. Pod tlakovou vodou okolo 400 barů vydrží několik dní ale přesný limit není znám. Má velmi dobrou teplotní stabilitu. Doba funkčnosti může být prodloužena také aluminiovou folií, která se připevní na horní část tmelu. Teplotní stabilita na vzduchu je v rozmezí od -50°C do +170°C.
Nevýhody:
Vyukazuje špatnou odolnost proti olejům a rozpouštědlům. Rovněž špatně odolává odstředivým silám.
- Permanentní plastický tmel s hliníkovou folií ABM 75
Svým rozsahem použití a vlastnostem v podstatě odpovídá tmelu AK 22, s následujícími odlišnostmi:
Materiál je dodáván ve vrstvených prouzcích s 50µm tlustou folií jako difusní bariérou.
Teplotní rozsah použitelnosti je od -200°C do 75°C, nad tímto limitem se materiál stává tekutým.
- Průhledná silikonová guma bez rozpouštědel SG 250
Tento krycí prostředek je vhodný proti vlhkosti a nepříznivému počasí, dále proti vodě s pokojovou teplotou. Má omezenou odpudivost proti olejům. Tento silikon poskytuje velmi dobrou mechanickou ochranu. Teplotní stálost je od -70°C do 180°C, krátkodobě do 250°C. V tomto rozmezí bude materiál elastický.

- Nebělená vazelína
Výhody:
Nízká cena a jednoduché použití. Velmi dobrá ochrana proti vlhkosti a vodě. Rovněž může být užívána pod vodou.
Nevýhody:
Nemožno použít v tekoucí vodě, v dešti nebo pod stříkající vodou.
- Mikrokrystalické vosky
Dobrá ochrana proti vlhkosti a obecným atmosférickým podmínkám. Vyžaduje aplikaci v roztaveném stavu na rozehřátý povrch materiálu aby se dosáhlo kvalitního přilnutí. Má pouze malou mechanickou ochranu. Teplotní rozsah je od -70°C do $+100^{\circ}\text{C}$.
- Aluminiová folie
Samolepící vrstvené pásy s hliníkovou folií tvoří dobrou ochranu proti páře. Je vhodné je použít jako doplňkové krytí vzorku s jiným povlakem. Zvyšuje tak ještě teplotní stabilitu měřeného místa. Často se také používají ke krytí koncových obnažených částí kabeláže.

5.13.4 Kontrola instalovaných tenzometrů

Měřicí snímač i kabeláž by měly být podrobeny kontrole před vlastním měřením.

Vizuální kontrola

Je vhodné kontrolovat uvedené nepříznivé vlivy pod zvětšovací sklem:

- Vzduchové bublinky pod měřicí mřížkou
- Nedokonalé přilepení tenzometrů zejména na jeho okrajích
- Nedokonale připájené kontakty, studené spoje

Test gumou

(kontrola správné přilnavosti, přítomnost vzduchových bublin, přerušeni kontinuity el. proudu)

Nejprve se připojí měřicí mřížka k zesilovači nebo k manuálnímu kompenzátoru pro vyvážení daného zapojení, potom pevně zatlačíme gumou nebo podobným nevodivým předmětem na mřížku a měřicí kontakty. Následkem toho by se měl indikátor mírně vychýlit. Je vhodné tlačit pouze vertikálním směrem na mřížku a nikoliv pod ostřejším úhlem. Na druhou stranu není potřeba být příliš jemný při testu, protože měřicí mřížky jsou konstruovány tak aby vydržely několik stovek pascalů. Následně se guma oddělá a indikátor by se měl vrátit do výchozí polohy. Je žádoucí vyvarovat se ohýbání vzorku což by mělo za následek rovněž indikaci jiné než výchozí hodnoty.

Elektrická spojitost měřicí mřížky

Všechny dodávané měřicí mřížky jsou nastaveny aby splňovaly toleranci nominálního odporu. Kontrolní měření by mělo odhalit jestli se odpor měřicí mřížky změnil nedokonalým přilepením nebo jiným nedostatkem. Změny do $\frac{1}{4}\%$ jsou akceptovatelné.

Odpor spojovacích kabelů

Odpor kabeláže vyústí k redukci citlivosti měřicí mřížky jestliže je užit běžný aktivní napájecí systém. Proto odpor by měl být měřen a zaznamenán v protokolu. Známa systematická chyba z odporu kabeláže by měla být opravena z vyhodnocovacího měření.

Izolační odpor měřicí mřížky

Izolační odpor tenzometru by měl být měřen proti zemi. Je vhodné použít měřicí napěťový přístroj do 50 Voltů. Cívky nejsou vhodné. Tenzometry aplikované v laboratorních nebo podobných podmínkách by měly mít izolační odpor přinejmenším 20 000 MΩ při pokojové teplotě. Při venkovním použití tenzometrů by měl být asi 2 000 MΩ. Nízký přechodový odpor také poukazuje na nedostatečné očištění pájecích kontaktů, nebo jejich pozdější poškození například dotekem rukou nebo absorbovanou vlhkostí. V tomto případě je vhodný ohřev měřicí mřížky, který má za následek růst izolačního odporu až do určité uspokojivé hodnoty.

Izolační odpor konektorů

Izolační odpor mezi jádry spojovacích kabelů závisí na kvalitě použitých izolačních materiálů a také na jejich délce. Odpor by měly nabývat stejných hodnot jako u měřicí mřížky.

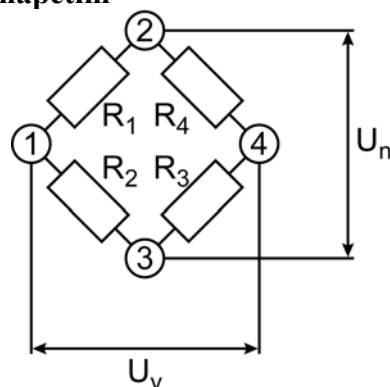
5.14 Problematika zapojování tenzometrů

5.14.1 Úvod

Při běžných tenzometrických měřeních se měřená délková přetvoření pohybují v rozmezí 10^{-3} až 10^{-6} [$\mu m.m^{-1}$]. Použijeme-li pro měření odporové tenzometry s běžným rozsahem nominálních odporů 120 až 600 ohmů, u nichž je hodnota deformačního součinitele $k=2$ pak změna odporu pro $R = 120 \Omega$ je $\Delta R = (2,4 \cdot 10^{-1} - 2,4 \cdot 10^{-4}) \Omega$. Tyto velmi malé změny odporu se obvykle měří v **můstkovém zapojení** (Wheatstonův můstek) nebo **potenciometricky**. Každá z těchto metod má své charakteristické vlastnosti a podle toho se hodí pro různé podmínky měření.

5.14.2 Můstkové zapojení - Wheatstonův můstek:

A) Napájení konstantním napětím



obr. 5.16 Zapojení Wheatstonova můstku

Zapojení Wheatstonova můstku a označení jeho částí je na obr. 5.1. Čtyři odpory označené R_1 , R_2 , R_3 a R_4 (ramena můstku - jednotlivé tenzometry nebo jejich náhrady) jsou uspořádány do můstku. Napájecí diagonála mezi uzly 2 a 3 je připojena ke zdroji konstantního napájecího napětí U_n , výstupní napětí můstku U_v mezi uzly 1 a 4 (výstupní diagonála) je připojeno k přístrojovému zesilovači s teoreticky nekonečným vnitřním odporem.

Výstupní napětí U_v (rozdíl napětí mezi body 1 a 4) je dáno vztahem

$$U_v = \frac{R_1 R_3 - R_2 R_4}{(R_1 + R_2) \cdot (R_3 + R_4)} \quad (5.1)$$

Z uvedené rovnice je patrné, že výstupní signál bude nulový ($U_v = 0$), pokud bude platit:

$$R_1 R_3 = R_2 R_4 \quad (5.2)$$

nebo

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4$$

Je-li tato podmínka splněna, nachází se můstek ve vyváženém stavu. Malé napěťové změny způsobené změnou hodnot odporů v můstku budou vztaženy k tomuto klidovému stavu a budou zesilovány k dalšímu zpracování závislého na použité metodě vyhodnocení.

Změna výstupního napětí ΔU_v je potom způsobena změnou odporů R_1 , R_2 , R_3 nebo R_4 o ΔR_1 , ΔR_2 , ΔR_3 nebo ΔR_4 . Takováto změna odporu tenzometru vzniká jeho délkovým přetvořením, nebo změnou teploty. Podle rovnice (5.1) je změna výstupního napětí v závislosti na změnách odporů v můstku dána vztahem:

$$\frac{\Delta U_v}{U_n} = \frac{r}{(1+r)^2} \left(\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right) (1-\eta) \quad (5.3)$$

kde

$$r = \frac{R_2}{R_1} = \frac{R_3}{R_4}$$

a nelineární člen η je dán vztahem

$$\eta = \frac{1}{1+r} \frac{1}{\frac{\Delta R_1}{R_1} + \frac{\Delta R_4}{R_4} + r \left(\frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} \right)} \quad (5.4)$$

Pokud jsou všechny odpory v můstku shodné ($r = 1$), tento vztah se redukuje na

$$\eta = \frac{\sum_{i=1}^4 \frac{\Delta R_i}{R_i}}{\left(\sum_{i=1}^4 \frac{\Delta R_i}{R_i} \right) + 2} \quad (5.5)$$

Z rovnic (5.4) a (55) vyplývá, že nelinearita bude pro $r=1$ nulová, pokud $\Delta R_1 = -\Delta R_2$ při $\Delta R_3 = \Delta R_4 = 0$, nebo $\Delta R_3 = -\Delta R_4$ při $\Delta R_1 = \Delta R_2 = 0$, případně pokud $\Delta R_1 = -\Delta R_2$ a zároveň $\Delta R_3 = \Delta R_4$.

Tento výsledek je důležitý pro praxi a značí, že můstek se chová lineárně, pokud zapojíme jako aktivní stejné tenzometry na místech odporů R_1 a R_2 , nebo na místech R_3 a R_4 (tzv. půlmostové zapojení – viz dále v této kapitole) a dosáhneme v dané dvojici stejné změny odporu s opačným znaménkem. Nelinearita mizí i v případě, že na místech všech čtyř odporů zapojíme aktivní tenzometry stejného odporu podle předchozích pravidel (plnomostové zapojení - viz dále v této kapitole). Při užití jednoho aktivního tenzometru se chová můstek do jisté míry nelineárně (viz nelineární člen 5.4). Pokud je v tomto případě relativní změna odporu aktivního tenzometru $\Delta R/R < 0.02$ (hodnota, odpovídající cca $10\,000\ \mu\text{m}/\text{m}$, která při běžných měřeních není dosahována) nepřesáhne nelinearita v celém rozsahu 1 %.

V praxi se vzhledem k nepodstatnému vlivu nelinearity používá rovnice (5.3) ve zjednodušeném tvaru (5.6) popisující pro běžnou praxi dostatečně přesně chování můstkového zapojení v závislosti na relativních změnách odporů v jeho ramenech:

$$\frac{\Delta U_v}{U_n} = \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right) \quad (5.6)$$

po dosazení délkových přetvoření tenzometrů zapojených v jednotlivých ramenech můstku reprezentované odporovou změnou jednotlivých větví dostáváme vztah:

$$\frac{\Delta U_v}{U_n} = \frac{k}{4} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4) \quad (5.7)$$

kde k je deformační součinitel tenzometru

Výsledné přetvoření je tedy dáno vztahem

$$\varepsilon_v = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4 \quad (5.8)$$

Vztah (5.7) se potom dá napsat ve tvaru:

$$\frac{\Delta U_v}{U_n} = \frac{k}{4} \varepsilon_v \quad (5.9)$$

Obdobně platí:

$$\frac{\Delta U_v}{U_n} = \frac{k_z}{4} \varepsilon_i \quad (5.10)$$

kde ε_i je indikované přetvoření [$\mu\text{m}/\text{m}$]

potom

$$\varepsilon_i = \frac{4}{k_z} \cdot \frac{\Delta U_v}{U_n} \quad (5.11)$$

V praxi bývá k_z obvykle 2, pak

$$\varepsilon_i = 2 \cdot \frac{\Delta U_v}{U_n}$$

např. pro změnu napětí $\frac{\Delta U_v}{U_n} = \frac{1mV}{V} = 10^{-3}$ je $\varepsilon_i = 2 \cdot 10^{-3} \frac{m}{m} = 2000 \frac{\mu m}{m}$

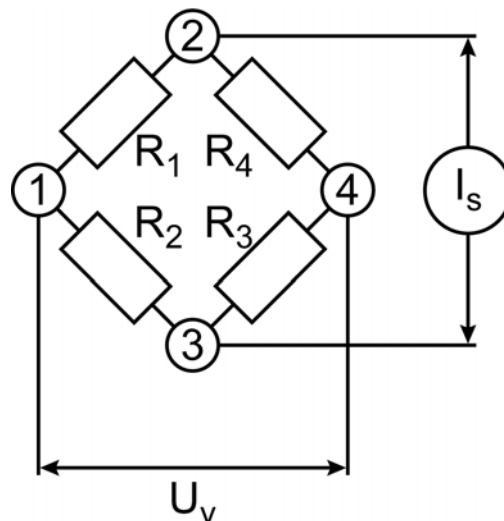
Délková přetvoření zde uvádíme v jednotkách $\mu m/m$ (zřídka v mm/m nebo cm/m) jako poměrné prodloužení (zkrácení). Jeho elektrickou obdobou podle vztahu (5.7) je poměrné rozvážení můstku, které uvádíme v mV/V (tz. mV výstupního napětí na každý Volt napájecího napětí můstku). V tomto vztahu vystupující délková přetvoření mohou mít svůj původ ve vnějším zatížení (silovém nebo deformačním), nebo ve volné dilataci (nedoprovázené vznikem napětí) od teploty, působící na vyšetřovanou součást. Uvažme dále, že se změny odporů v sousedních ramenech můstku projeví na výstupu můstku rozdílem jejich hodnot, naopak změny odporů v protilehlých ramenech se na výstupu můstku projeví v součtu. Těchto skutečností můžeme s výhodou využít:

- pro kompenzaci vlivu teploty zapojením stejně ohříváných tenzometrů do sousedních ramen můstku (viz dále půlmostové zapojení), kdy změny odporů s opačným znaménkem dané délkovým přetvořením se sečtou, teplotní změny se stejným znaménkem se ruší
- pro kompenzaci délkových přetvoření od vnitřních sil, které chceme z dané úlohy vyloučit: např. u prutu současně taženého a ohýbaného, kdy měřenou hodnotou je osová síla, potřebujeme vyloučit vliv ohybového momentu na délkové přetvoření. Umístěním dvou tenzometrů proti sobě podél osy prutu a jejich zapojením do protilehlých ramen můstku dosáhneme požadovaného efektu
- ke zvýšení výstupního napětí můstku užitím většího počtu aktivních tenzometrů
- pro odstranění vlivu odporů přívodních vodičů, parazitních odporů konektorů, přepínačů atd..

Je samozřejmě možná i kombinace několika shora uvedených bodů.

B) Napájení konstantním proudem

Zapojení Whatstonova můstku s napájením konstantním proudem je uvedeno na obr. 5.17.



obr. 5.17 Zapojení Wheatstonova můstku napájeného konstantním proudem

Použití konstantního proudu pro napájení obvodu zvyšuje citlivost a snižuje nelinearitu wheatstonova můstku. Výstupní napětí je dáno vztahem (5.12):

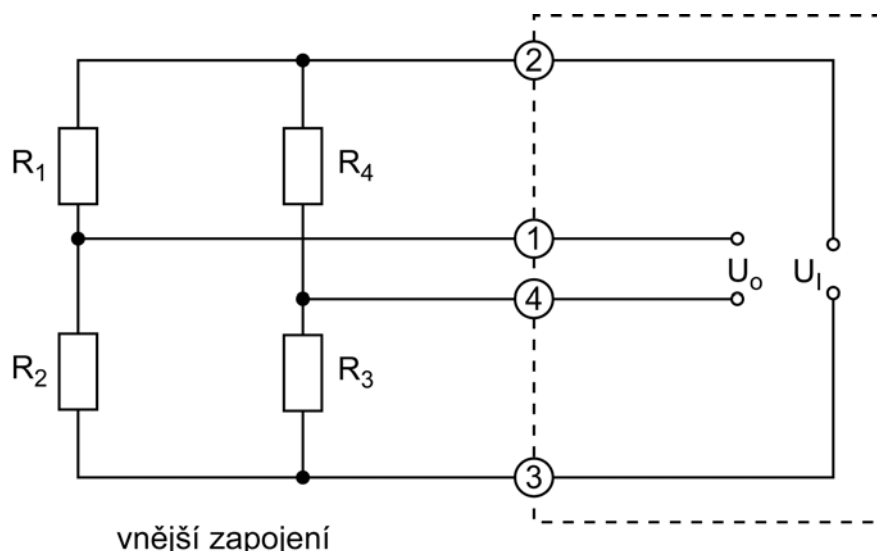
$$U_v = \frac{i_s}{(R_1 + R_2 + R_3 + R_4)} \cdot (R_1 R_3 + R_2 R_4) \quad (5.12)$$

Pro rovnováhu můstku ($U_v=0$) platí stejná rovnice jako pro rovnováhu můstku napájeno konstantním napětím a to rovnice (5.2).

Nelinearita tohoto zapojení je přibližně poloviční v porovnání s můstkem napájeným konstantním napětím.

5.14.3 Způsoby zapojení tenzometrů do můstku

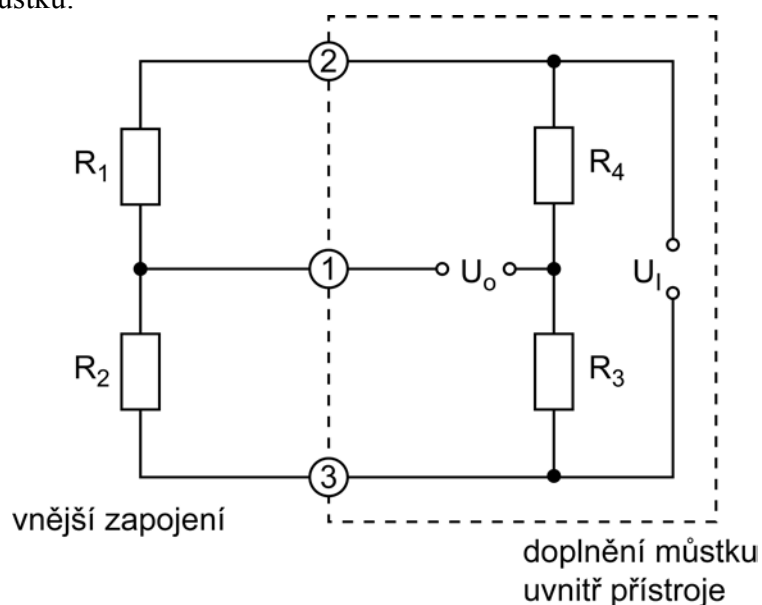
- **Plnomostové zapojení** (obr. 5.18) - konfigurace, pro kterou byly odvozovány základní vztahy v předcházející kapitole - všechna ramena můstku osazena tenzometry se shodným odporem. Výstupní napětí bude maximální dosažitelné, teplotní závislost odporu tenzometrů je plně kompenzována. Používá se pro nejpřesnější experimentální měření s vysokými požadavky na dlouhodobou stabilitu. Nejrozšířenější oblast nasazení je konstrukce tenzometrických snímačů. Toto zapojení je možno modifikovat - pouze jedna z dvojic tenzometrů v protilehlých ramenech je užita jako aktivní, druhá dvojice jako tzv. kompenzační (tenzometry umístěné na vhodném místě konstrukce s nulovým délkovým přetvořením od mechanického zatížení vystavené stejným teplotním změnám jako aktivní tenzometry). Teplotní závislost odporu aktivních tenzometrů je potom potlačena jejich zapojením do sousedních ramen s kompenzačními tenzometry.



obr. 5.18 Plnomostové zapojení tenzometrů ve wheatstonově mostě

- **Půlmostové zapojení** (obr. 5.19) - dva aktivní tenzometry na místě dvou sousedících odporů se společným uzlem na výstupní diagonále můstku (např. R_1 a

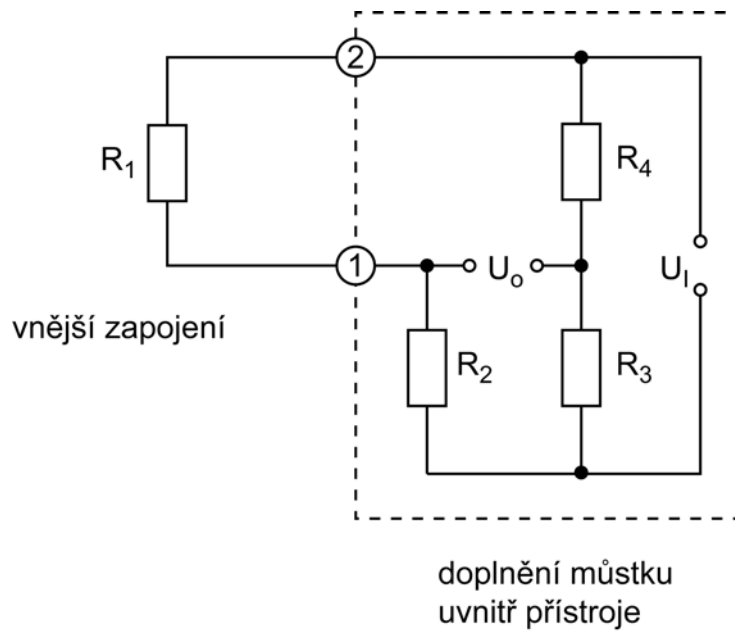
R_2), doplněné do plného můstku náhradními odpory. Pokud se podaří zajistit na obou tenzometrech stejné délkové přetvoření s rozdílnými znaménky (např. jeden shora a druhý zdola na ohýbaném nosníku) a uijeme tenzometry se stejným odporem, je nelinearita odstraněna (nelineární člen z rovnice je nulový), stejné teplotní změny odporů obou aktivních tenzometrů se ruší (změna stejného znaménka v sousedních ramenech můstku) a výstupní napětí bude poloviční proti plnomostovému zapojení se čtyřmi aktivními tenzometry. Pokud není možno oba tenzometry v půlmostu aplikovat jako aktivní, používá se jeden z nich jako kompenzační tenzometr umístěný na vhodném místě konstrukce s nulovým délkovým přetvořením od mechanického zatížení vystavený stejným teplotním změnám jako aktivní tenzometr. Teplotní závislost odporu aktivního tenzometru je potlačena zapojením do sousední větve s kompenzačním tenzometrem. Nekompenzována však zůstává nelinearita, vzhledem k měřené hodnotě se toto zapojení chová stejně jako čtvrtmostové. U jednoosé napjatosti je často užíváno umístění tenzometrů zapojených v půlmostu do tvaru tenzometrického kříže (často nazývané rozložení "T"), kdy příčný tenzometr zajišťuje teplotní kompenzaci a jeho délkové přetvoření $\varepsilon_y = -\mu\varepsilon_x$ přispívá ke zvýšení výstupního napětí můstku.



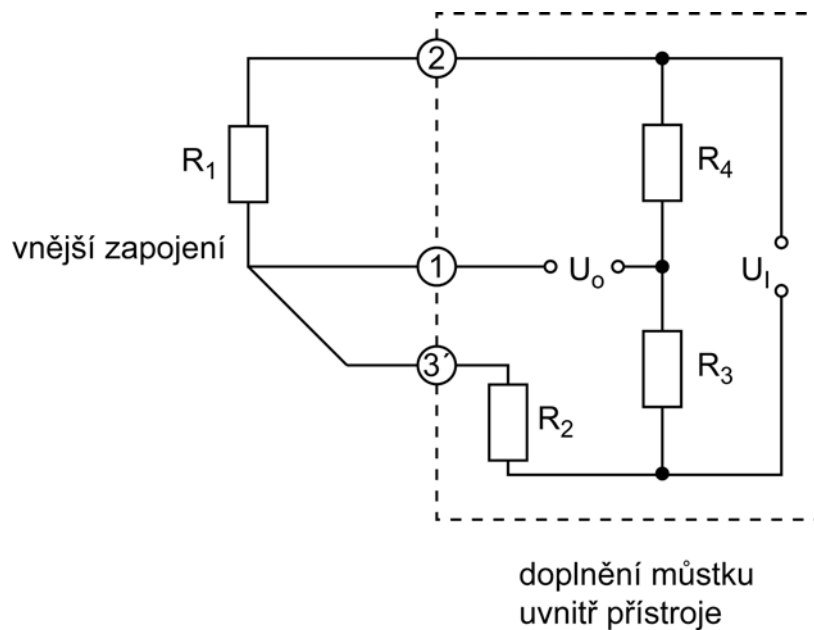
obr. 5.19 Půlmostové zapojení tenzometrů ve wheatstonově mostě

- **Čtvrtmostové zapojení** (obr. 5.20) - jeden aktivní tenzometr na místě odporu např. R_1 , zbytek můstku tvoří náhradní odpory většinou umístěné uvnitř měřicího zesilovače. Hlavními nevýhodami tohoto zapojení jsou nelinearita (viz výše) a teplotní nestabilita (teplotní změny odporu aktivního tenzometru nejsou kompenzovány, nebo kompenzovány při použití samokompenzačního tenzometru jen do jisté míry - viz výše). Přes uvedené záporné vlastnosti je často čtvrtmostové zapojení užíváno např. při zatěžovacích zkouškách konstrukcí, kde bývají tenzometry osazovány desítky měřených míst. Na obr. 5.21 je uvedeno třívodičové zapojení, které kompenzuje teplotní závislost odporu přívodů k tenzometru. Je přidán třetí vodič přivádějící napětí z vrcholu A můstku k vysokoohmovému vstupu měřicího zesilovače (zde jsou odpor vodiče i jeho

teplotní závislost zanedbatelné), nežádoucí vlivy zbývajících dvou vodičů se ruší díky jejich zapojení ve dvou sousedních ramenech můstku.



obr. 5.20 Čtvrtmostové zapojení tenzometrů ve wheatstonově mostě



obr. 5.21 Čtvrtmostové zapojení tenzometrů ve wheatstonově mostě – třívodičové zapojení

5.14.4 Shrnutí uvedených poznatků

- Při změně odporu v jedné větvi můstku je proud indikátoru resp. napětí mezi svorkami úměrný této odporové změně.

Vzhledem ke znaménkům U ve větvích můstku lze konstatovat:

- Nastanou-li změny odporu v sousedních (protilehlých) větvích můstku, je výsledný signál úměrný rozdílu (součtu) těchto odporových změn.
- Jelikož odporové změny mohou být souhlasné (všechny kladné nebo všechny záporné), resp. nesouhlasné (jedna změna kladná, druhá záporná) lze poslední konstatování upravit takto:
- Je-li změna odporů ve dvou sousedních větvích můstku souhlasná (nesouhlasná), je výsledný signál úměrný rozdílu (součtu) těchto odporových změn.
- Je-li změna odporů ve dvou sousedních větvích můstku stejně velká a souhlasná (nesouhlasná), je výsledný signál nulový, takže můstek zůstává vyvážen (výsledný signál je dvojnásobný).
- Je-li změna odporů ve dvou protilehlých větvích můstku souhlasná (nesouhlasná), je výsledný signál úměrný součtu (rozdílu) těchto odporových změn.
- Je-li změna odporů ve dvou protilehlých větvích můstku stejně velká a souhlasná (nesouhlasná), je výsledný signál dvojnásobný (nulový).

5.15 Kompenzace vlivu teploty na odporovou odezvu tenzometru

Jedním z nejzávažnějších zdrojů chyb a nejistot při analýze napjatosti jsou zdánlivé deformace vzniklé v důsledku ohřátí měřeného objektu. Je to dáno tím, že vznik zdánlivých deformací není v žádném vztahu s velikostí měřených skutečných deformací. Za určitých podmínek mohou tyto odchylky od ideálního chování být velmi důležité (tak je tomu např. při konstrukci snímačů), a mohou způsobit při statickém měření významné chyby - pokud se na ně nebere zřetel a vhodným způsobem se nevyločí. V případě čistě dynamických měření nemusí vést existence zdánlivých deformací k žádným nepříjemným následkům.

Zdánlivé deformace nesmějí být směřovány s teplotním driftem; ten je sice rovněž superponován na teplotní odezvu, avšak je nevratným procesem.

K vyloučení zdánlivé deformace z indikované (měřené) deformace lze využít několika metod:

1. Nejjednodušší metoda spočívá v zajištění stavu, kdy po vyvážení můstku nedochází ke změně teploty tenzometru a zkoušeného objektu. Potom nemůže docházet ani k dilataci objektu ani ke změně odporu tenzometru.

2. V druhém případě se používá kompenzační tenzometr, který je nalepen na nezátěžovaný (nedeformovaný) kus ze stejného materiálu jako je vyšetřovaná součást s aktivním tenzometrem; teplotní změny tohoto kompenzačního kusu a vyšetřované součásti musejí potom být stejné. Přírodní vedení k aktivnímu a kompenzačnímu tenzometru musejí být stejně dlouhé; jejich teplotní změny musejí být rovněž stejné. V řadě praktických případů může být jako kompenzační tenzometr použit další aktivní tenzometr; teplotní změny obou těchto aktivních tenzometrů musejí být stejné, jejich délková přetvoření pak ve známém poměru a opačných znamének. Tak je tomu např. u ohýbaného nebo krouceného prutu.

Podaří-li se splnit shora uvedené požadavky, je metoda kompenzačního tenzometru účinnou metodou pro omezení chyby způsobené zdánlivou deformací.

Praktická realizace těchto požadavků nemusí být vždy jednoduchá. Obtíže nastávají se zajištěním kompenzačního kusu a se zabezpečením jeho nezatíženého stavu průběhu celého měření. Ještě těžším úkolem může být zajištění totožnosti jeho teploty s teplotou aktivního tenzometru na vyšetřovaném objektu (zvláště v případě teplotních gradientů a v čase se měnících okolních podmínek). Obdobné problémy se týkají přírodního vedení. Konečně je třeba mít na paměti, že neexistují dva odporové tenzometry se zcela stejnými technickými charakteristikami (a to ani v rámci jednoho balení). Pro většinu statických měření probíhajících za podmínek blízkých pokojovým je samozřejmě tento poslední problém zcela bezpředmětným. Může však nabývat na důležitosti při měření deformací za extrémních teplotních podmínek - ať již za vysokých nebo kryogenních teplot. Zdánlivé deformace dvou tenzometrů mohou být v těchto případech tak odlišné, že vyloučí možnost použití kompenzačního tenzometru.

3. Třetí metoda je založena na využití tenzometrů s mřížkou ze speciálně upravených slitin - teplotně samokompensovaných tenzometrů. Smyslem této teplotní samokompensace je minimalizovat jak vliv teplotních změn tak teplotní dilatace na odporovou odezvu tenzometru. Toho může být docíleno jak úpravou chemického složení materiálu mřížky tak i volbou vhodného tepelného zpracování. Tak např. tenzometry vyráběné firmou HBM jsou samokompensovány pro ferritické oceli ($\alpha = 10,8 \cdot 10^{-6}/K$), hliník a jeho slitiny ($23 \cdot 10^{-6}/K$) a plastické hmoty ($65 \cdot 10^{-6}/K$), a na zvláštní objednávku pro austenitické oceli ($16 \cdot 10^{-6}/K$), slitiny titanu ($9 \cdot 10^{-6}/K$), molybdenu ($5,4 \cdot 10^{-6}/K$) a pro materiály na bázi křemíku ($0,5 \cdot 10^{-6}/K$). Obecně platí, že čím je těsnější přizpůsobení mezi číslem samokompensovaného tenzometru a teplotním součinitelem délkové roztažnosti vyšetřovaného objektu, tím menší bude velikost zdánlivé deformace objevující se jako důsledek teplotních změn po vyvážení můstku.

4. Konečně je možno též použít metodu početní korekce naměřených údajů. K tomu je nutno znát jak patřičné technické charakteristiky tenzometru tak i teplotu v měřeném místě.

5.15.1 Korigování zdánlivé deformace

Korekce zdánlivé deformace může být snadno docíleno při využití technických údajů obsažených v každém balení teplotně samokompensovaných tenzometrů. Předpokládejme, že k vyvážení tenzometrické aparatury došlo při teplotě T_0 a že k vlastní zkoušce (k vlastnímu zatěžování a měření) došlo při teplotě T_t . Údaj na indikátoru deformace korigovaný s ohledem na zdánlivou deformaci (nikoliv ale s ohledem na změnu součinitele citlivosti snímače) je potom

$$\varepsilon_{cor}^a = \varepsilon_{ind} - \varepsilon_z \quad (5.13)$$

kde ε_{ind} je nekorigovaná registrovaná (indikovaná) hodnota deformace.

Zdánlivá deformace ε_z je přitom

$$\varepsilon_{cz} = \left[(\varepsilon_z)_{T_t} - (\varepsilon_z)_{T_0} \right] \quad (5.14)$$

kde $(\varepsilon_z)_{T_0}$, $(\varepsilon_z)_{T_t}$ jsou zdánlivé deformace odečtené z grafu přiloženého v balení tenzometrů při teplotách T_0 a T_t .

K dalšímu zpřesnění korekce zdánlivé deformace dojde, jestliže uvažíme skutečnost, že při teplotě zkoušky je deformační součinitel tenzometru k_T poněkud odlišný od deformačního součinitele k při pokojové teplotě; obvykle se tato deformační součinitel lineárně mění (vzrůstá nebo klesá) s teplotou :

$$\frac{k_T}{k} = \frac{1 + \Delta k}{k} = 1 + \frac{\Delta k}{k} = 1 + \alpha_k \cdot \Delta T \quad (5.15)$$

V technické dokumentaci jsou uváděny buď procentuelní odchylky konstanty citlivosti $\Delta k/k$ nebo teplotní součinitel konstanty citlivosti α_k . Velikost α_k je asi $100 \cdot 10^{-6} /K$; potom např. pro $\Delta T = 100 \text{ } ^\circ C$ je $k_T = 1,01 k$.

Je tedy korekce s ohledem na změnu deformačního součinitele s teplotou ve tvaru (při současném uvážení rozdílných hodnot jmenovitého deformačního součinitele tenzometru k a konstanty nastavené na měřicí aparatuře k_{ins})

$$\varepsilon_{cor} = \varepsilon_{cor}^a \cdot \frac{k_{ins}}{k_T} \quad (5.16)$$

kde z rovnice (4)

$$k_T = k(1 + \alpha_k \cdot \Delta T)$$

Kombinací těchto dvou korekcí tedy dostaneme

$$\varepsilon_{cor} = (\varepsilon_{ind} - \varepsilon_z) \cdot \frac{k_{ins}}{k_T} \quad (5.17)$$

Pokud je tenzometr nalepen na jiném materiálu (myšleno na materiálu s jiným teplotním součinitelem délkové roztažnosti) než byl výrobcem tenzometrů použit při jeho vyšetřování zdánlivé deformace, dochází k chybnému přizpůsobení teplotní samokompensace. Jestliže jsou rozdíly těchto dvou teplotních součinitelů délkové roztažnosti velké, nemohou být bezprostředně použity křivky zdánlivých deformací dodávané výrobcem tenzometrů. Předpokládejme, že pro tenzometr byla na materiálu s konstantní hodnotou teplotního součinitele délkové roztažnosti $\alpha_{s,l}$ výrobcem zjištěna zdánlivá deformace $\varepsilon_{z,l}$. (Míra splnění předpokladu konstantní velikosti teplotního součinitele délkové roztažnosti souvisí s velikostí sledovaného teplotního intervalu; pro naše účely je uvedený předpoklad docela dobře splněn.) Je-li tento tenzometr nalepen na materiálu s konstantní hodnotou

teplotního součinitele délkové roztažnosti $\alpha_{S,2}$ může být očekávaná hodnota jeho zdánlivé deformace přibližně určena s využitím rovnice (5.21):

$$\varepsilon_{z,1} - \alpha_{S,1} \cdot \Delta T = \varepsilon_{z,2} - \alpha_{S,2} \cdot \Delta T$$

a potom

$$\varepsilon_{z,2} = \varepsilon_{z,1} + \left[(\alpha_{S,2} - \alpha_{S,1}) \cdot \Delta T \right] \quad (5.18)$$

Přizpůsobení teplotně samokompenzovaných tenzometrů teplotnímu součiniteli délkové roztažnosti materiálu součásti je optimální při jejich nalepení na rovinných plochách.; k jistým odchylkám dochází po nalepení na zakřivené povrchy s malým poloměrem křivosti.

Teplotně samokompenzované tenzometry nelze vyrobit pro nehomogenní materiály jako jsou např. vláknové kompozity.

Vliv přírodních kabelů

- **Ohmický odpor přívodů**

Vztahy odvozené pro tenzometrický můstek platí v ideálním případě, kdy odpor přívodů k tenzometrům je nulový. V praxi je relativní změna odporu ve větvích můstku ovlivněna odporem přívodní kabeláže.

Měrným délkovým přetvořením je ovlivněn pouze odpor tenzometru, pokud se v tomtéž rameni můstku vyskytne navíc přídavný odpor kabelu, je relativní změna celkového odporu daného ramene nižší.

$$\frac{\Delta R_1}{R_1}$$

Zlomek $\frac{\Delta R_1}{R_1}$ reprezentující poměrné rozvážení jednoho ramene můstku je potom

$$\frac{\Delta R_1}{R_1 + R_k}$$

nahrazen zlomkem $\frac{\Delta R_1}{R_1 + R_k}$, kde R_k značí přídavný odpor kabeláže v daném rameni můstku. Dosazením známých hodnot odporu tenzometru kabeláže lze vypočítat korekční faktor a naměřené hodnoty přepočítat. Druhou možností je zvýšit ve vypočteném poměru zesílení měřicího zesilovače (jakoby v daném poměru klesl deformační součinitel použitého tenzometru).

- **Teplotní změna odporu přívodů**

Další nepříjemný vliv, se kterým je třeba počítat, je teplotní změna odporu přívodních vodičů. Nekorigovaná teplotní závislost odporu měděného může způsobit relativní chybu měření až v desítkách procent. Pro zapojení půlmostová a celomostová, kdy se stejné změny odporů v sousedních ramenech můstku kompenzují, je vhodné vést kabeláž sousedních ramen tak, aby teplotní, změny jejich odporů byly v co nejlepším souběhu. Nejméně příznivá je situace při užití jednoduchého čtvrtmostového zapojení. Je proto vhodné při vyšších nárocích na teplotní stabilitu užit alespoň třívodičové zapojení čtvrtmostu, kdy se objevují přívodní kabely v sousedních ramenech můstku a shodné teplotní změny jejich odporů se tudíž kompenzují.

- **Kapacita kabeláže**

Vzájemná kapacita vodičů kabeláže vytváří přídavné frekvenčně závislé impedance nejvýrazněji se projevující opět v nesymetrické struktuře čtvrtmostového zapojení. Při střídavém napájení čtvrtmostu je odpor tenzometru snížen paralelně připojenou vzájemnou kapacitou obou přívodů. Jí způsobené rozvážení můstku může dosáhnout hodnot, které nelze pomocí nulovacích prvků na zesilovači vyvážit. Pak je nutné použít přídavného vyvažovacího kondenzátoru zapojeného paralelně k vedlejšímu rameni můstku. Tenzometrické zesilovače vyšší cenové třídy mívají kromě prvků odporového vyvážení nuly i prvky pro vyvážení kapacitní nesymetrie kabeláže.

Základní vyvážení půlmostových a celomostových zapojení napájených střídavým napětím bývají díky symetrické struktuře kabeláže ovlivněny nejméně. Je však třeba dodržet správné rozložení vodičů v kabeláži.

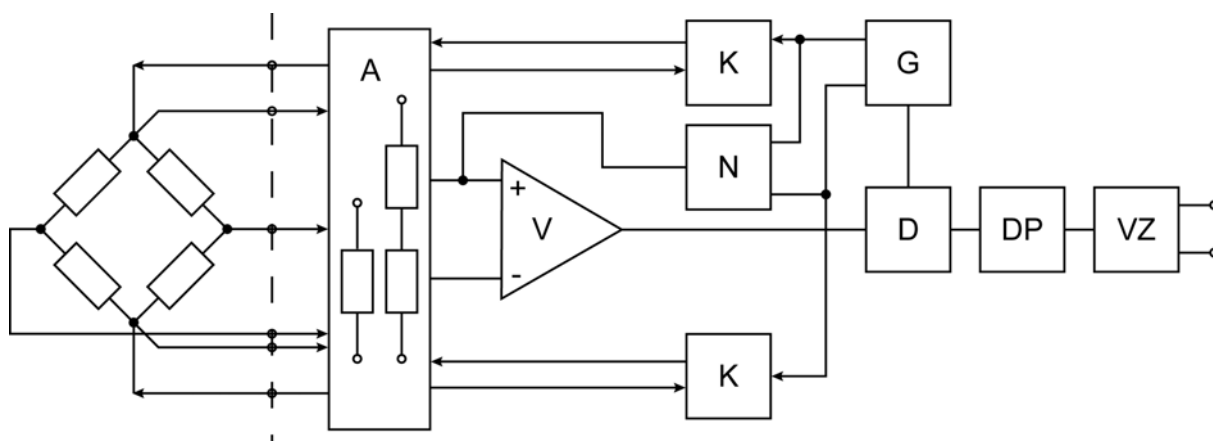
Při stejnosměrném napájení můstku není ovlivněno kapacitami kabeláže jeho základní vyvážení. Parazitní kapacity se však projevují při vyšších měřených frekvencích (řádově v desítkách kHz). Na těchto frekvencích vytvářejí spolu s odporovými prvky můstků a vlastními indukčnostmi kabeláže integrační články.

5.16 Přístrojová technika pro tenzometrická měření

5.16.1 Analogová technika

Pro demonstraci funkce tenzometrického měřicího řetězce, (od tenzometru na zkoumaném tělese po indikátor výstupního napětí ve voltech) případně pro nenáročná měření je možné použít nezávislý zdroj napětí pro napájení tenzometrického můstku a pro zesílení signálu z můstku a indikaci například milivoltmetr. V praxi se ovšem z mnoha důvodů používají pro tenzometrická měření speciální měřicí zesilovače, sdružující v sobě obvody napájení můstku i zpracování výstupního signálu. Přestože je snahou konstruktérů těchto zařízení dosáhnout co největší univerzálnosti, není zdaleka možné jedním typem přístroje pokrýt celou škálu požadavků při experimentálních měřeních.

Blokové schéma klasického analogového tenzometrického zesilovače pro jeden měřicí můstek je na následujícím obrázku.



- A - obvody doplnění pomocných odporů do plného můstku
- V - vstupní zesilovač
- K - kompenzace úbytku napětí na kabeláži, výkonové zesilovače napájení můstku
- G - generátor napájení můstku
- N - obvody nastavení nuly
- D - synchronní demodulátor
- DP - dolní propust
- VZ - výstupní zesilovač

5.16.1.1 Střídavé a stejnosměrné napájení můstku

Tenzometrická měření se začala prosazovat do praxe po druhé světové válce. Tehdy používané elektronkové (později tranzistorové) obvody a obecně velmi vysoké nároky na tenzometrické měřicí zesilovače nutily konstruktéry používat pro napájení můstku a tím i pro zbytek měřicího řetězce střídavé napětí (většinou sinusového průběhu). Současná analogová elektronika umožňuje řešit tytéž úlohy i za použití stejnosměrného napájení můstku. Střídavé napájení má ovšem své nesporné výhody a proto se do dnešní doby používají oba typy zesilovačů.

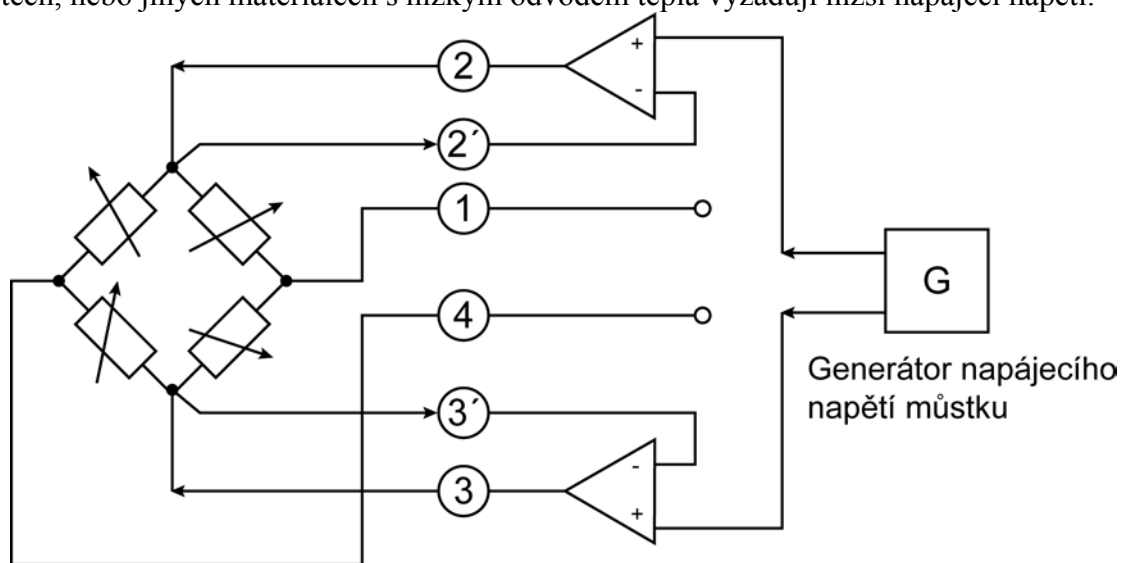
- Při napájení můstku střídavým napětím se jedná vlastně o amplitudovou modulaci napájecího napětí můstku tvořenou změnami odporů v ramenech můstku kdy měřená hodnota je přenášena amplitudou výstupního napětí můstku. Stejnosměrný drift (pomalé změny výstupního napětí dané teplotní nestabilitou nuly každého zesilovače, parazitními termočlánky v kabeláži, na konektorech atd.), tato hlavní nevýhoda stejnosměrných zesilovačů se proto u střídavých zesilovačů neuplatní. Po zesílení bývá signál z můstku vyhodnocován tzv. synchronním demodulátorem, převádějícím amplitudu a fázi vstupního signálu na výstupní stejnosměrné napětí. Vzhledem k tomu, že demodulátor pracuje s pevnou nosnou frekvencí, mohou být cizí frekvence na vstupním signálu způsobené rušením účinně potlačeny. Signál z demodulátoru prochází dále dolní propustí s mezní frekvencí na polovině až desetíně frekvence napájení můstku (běžně mezi 10 až 1000Hz).
- Stejnosměrné napájení můstku umožňuje rozšířit frekvenční pásmo měřeného signálu až na desítky kHz. S rostoucí frekvencí je ale třeba počítat s vlivy parazitních kapacit a indukčností kabeláže i ostatních součástí obvodu, proto jsou tenzometrická měření s frekvenčním rozsahem nad cca 20kHz velmi vzácná. S užitečným signálem jsou zesilovány všechny rušivé frekvence spadající do měřeného frekvenčního pásma, odolnost proti rušení je proto oproti střídavým zesilovačům nižší. Dalším nežádoucím vlivem jsou teplotně závislá napětí generovaná termočlánky v místech kontaktu dvou různých kovů v kabeláži a jejím zakončení v konektorech či svorkovnicích (měď, mosaz, chrom, nikl, apod.), snahou konstruktérů je tyto vlivy eliminovat, jak bude popsáno dále.

5.16.1.2 Napájení můstku, šestivodičové (pětivodičové) zapojení

Má-li být měřicí můstek napájen konstantním napětím požadované úrovně je potřeba udržet odpor přívodních kabelů, konektorů a dalších prvků kabeláže v obvodu napájení můstku co nejnižší. U starších zesilovačů se proto užívaly drahé konektory s nízkým přechodovým odporem, případně kabely s relativně velkým průřezem vodičů. U moderních tenzometrických zesilovačů se setkáváme s obvody kompenzujícími úbytky napětí na parazitních odporech kabeláže pomocí dvou přídavných vodičů (viz obr. 3.31), přivádějících informaci o skutečném napětí na vrcholech napájecí diagonály můstku (bude sníženo o úbytky na všech parazitních odporech vedoucích napájecí proud můstku) k obvodům generujícím napájecí napětí. Ty regulují své výstupní napětí tak, aby skutečné napájecí napětí můstku odpovídalo požadovanému. Pro připojení půlmostu je potom třeba pěti, pro plný most šesti vodičů.

Napájecí napětí tenzometrického můstku bývá na měřicích zesilovačích volitelné většinou mezi 0.5V, 1V, 2V, 5V až 12V. Zde se volí kompromis - je snahou napájet můstek co největším napětím (ze základních vztahů je vidět, že výstupní napětí můstku je při stejném přetvoření přímo úměrné napájecímu), zároveň však přibývá s druhou mocninou napájecího

napětí můstku elektrický příkon, kterým je každý tenzometr zahříván. Běžně užívané tenzometry délky např. 6mm aplikované na kovovém tělese s dobrým odvodem tepla je možno napájet až cca 15V. Tenzometry menších rozměrů, případně tenzometry aplikované na plastech, nebo jiných materiálech s nízkým odvodem tepla vyžadují nižší napájecí napětí.



obr. 5.23 Plný most s pomocnými vodiči a obvody pro kompenzaci úbytku napájecího napětí

5.16.1.3 Vstupní obvody, nulování

Vzhledem k tomu, že popsané obvody pracují vždy s plným mostem, nacházejí se za vstupním konektorem (svorkovnicí) tenzometrického zesilovače obvody nahrazující tenzometry případně chybějící do plného mostu. Bývají zde užity přesné odpory s vysokou teplotní stabilitou, protože se významně podílejí na počátečním rozvážení můstku i na teplotní stabilitě celého zapojení.

Z poznatků uvedených v dřívějších kapitolách možno odhadnout, jaká napětí můžeme očekávat na vstupu tenzometrického zesilovače. Volme typické hodnoty: napájení můstku 5V, měřené délkové přetvoření $1000\mu\text{m/m}$, jeden aktivní tenzometr, $k = 2$. Po dosazení do vztahu (3.34) dostaneme poměrné rozvážení můstku $5 \cdot 10^{-4} \text{ V/V}$, neboli 0.5mV/V , při 5V napájení můstku dostaneme na jeho výstupní diagonále 2.5mV. Je vidět, že pokud má být úroveň výstupního napětí v jednotkách voltů a snímané délkové přetvoření se pohybuje v rozmezí stovek až tisíců $\mu\text{m/m}$, je nutné zesílit rozdílové napětí na měřicí diagonále můstku řádově stokrát až tisíckrát. K tomu je určen vstupní diferenciální zesilovač napětí s vysokým potlačením součtové složky vstupního napětí.

Nulové rozvážení můstku, většinou požadované na počátku měření, je zajištěno obvodem nastavení nulové úrovně. Bývá realizován potenciometrem (proměnným děličem napětí), připojeným paralelně k napájecí diagonále můstku, z jehož běžce je veden signál přes velký odpor (v řádu $10^4 \Omega$) na některý ze zbývajících uzlů mostu.

5.16.1.4 Demodulace, filtrace signálu, výstupní obvody

Při napájení můstku střídavým napětím následuje za vstupním zesilovačem signálu z můstku demodulátor. Je to obvod, jehož zesílení se mění z +1 na -1 podle znaménka okamžitého signálu napájení mostu (jinými slovy po dobu záporné půlperiody signálu

napájení můstku invertuje vstupní signál). Díky tomuto "fázově řízenému usměrňovači" lze rozlišit ve střídavém napětí na výstupu můstku kladné a záporné hodnoty rozvážení můstku. Obvody zesilující signál z můstku napájeného střídavým napětím bývají vybaveny pásmovou propustí laděnou na frekvenci napájení můstku a účinně potlačující ostatní frekvence, což přispívá k vysoké odolnosti tohoto typu zesilovače proti většině rušení. Frekvence napájení můstku navíc bývají voleny tak, aby se nepřekrývaly s frekvencí sítě (50, 60Hz) a jejími vyššími harmonickými. Firma HBM např. používá frekvence 225Hz (zesilovače pro metrologické účely s rozlišením až šesti dekadických řádů), 600Hz (běžné zesilovače s horní mezní frekvencí do 200Hz) a 4800Hz (zesilovače pracující s tenzometry i s indukčnostními snímači). Frekvenční rozsah střídavých zesilovačů bývá shora omezen dolní propustí na polovinu až desetinu frekvence napájení můstku.

U stejnosměrných zesilovačů odpadá demodulace, bývá zařazena opět dolní propust, jejíž mezní frekvence bývá často volitelná, umožňující odfiltrovat nezajímavé, nebo rušivé vyšší frekvence.

Výstupní zesilovač plní funkci impedančního převodníku s napěťovým výstupem většinou $\pm 5V$, nebo $\pm 10V$, pokud je užit proudový výstup, mívá rozsahy $\pm 20mA$, nebo 4-20mA.

5.16.1.5 Aparatury pro dynamická měření, přepínací ústředny pro statická měření

Pro dynamická měření, kde je požadováno spojitě sledování signálů z více měřených míst paralelně, je nutno vybavit každé měřené místo tenzometrickým zesilovačem. Pro takováto měření bývají zesilovače sdružovány v rámci se společným síťovým zdrojem, pomocným indikátorem a dalšími podpurnými obvody. Výstupní signály z jednotlivých kanálů bývají pro záznam, nebo další zpracování k dispozici na výstupních konektorech.

Pro vícemístná statická měření, kde se měřené hodnoty mění v čase velice pomalu, nebo je možné průběh měření řídit vstupním parametrem a tím si určit okamžik odečtení (např. zatěžovací zkoušky konstrukcí), stačí měřené hodnoty odečítat vždy po určitých intervalech. Tehdy je možné užit měřicí aparaturu s jediným měřicím zesilovačem a generátorem napájení můstku vybavenou přepínacím zařízením, které přepojuje všechny vodiče jednotlivých měřených míst (tři až šest vodičů na každé místo) na patřičné svorky zesilovače i generátoru napájení můstku pouze na dobu odečtu z daného místa. Tak lze postupně v cyklu odečíst stav všech měřených míst. Dříve používané drahé a nespolehlivé mechanické přepínače a později relé byly v modernějších přístrojích nahrazeny elektronickými přepínači. Takto konstruované měřicí ústředny bývají vybaveny vstupy pro desítky až stovky přepínaných míst, některé i více typy měřicích zesilovačů (stejnosměrný, střídavý s nosnou frekvencí např. 5kHz, někdy i s další, nižší, např. 600Hz) aby bylo možno volit optimální variantu napájení můstku podle daných podmínek.

5.16.2 Digitální technika

5.16.2.1 Digitalizace, změna blokového schématu měřicího zesilovače

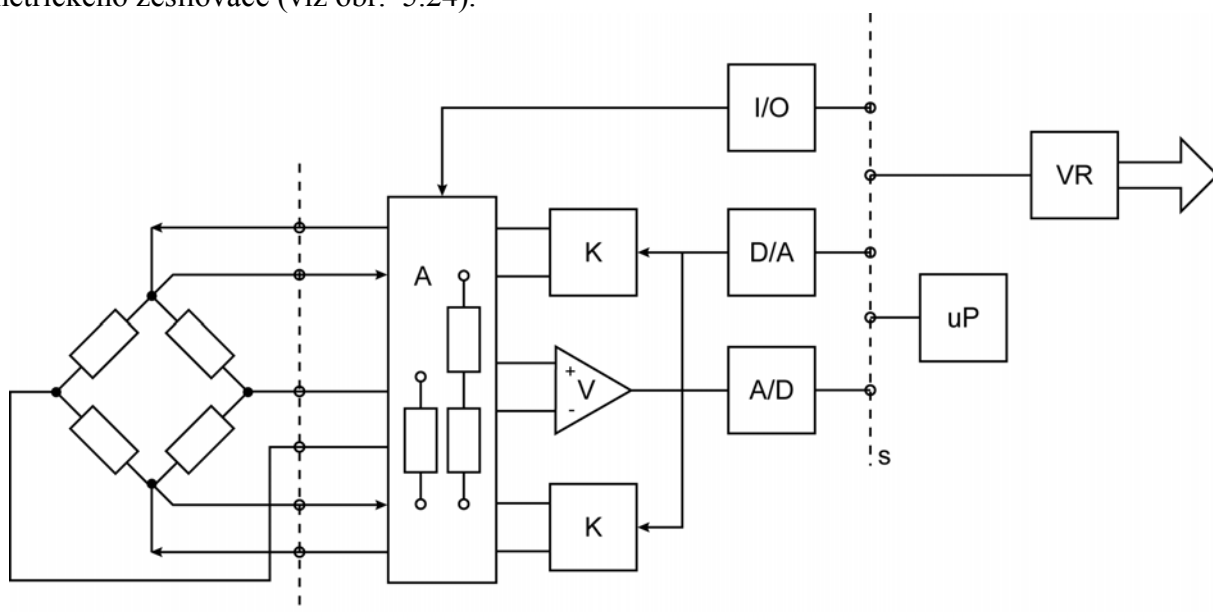
Nástup číslicové techniky do praxe výrazně ovlivnil i konstrukci tenzometrických zesilovačů. Prvním krokem byla náhrada mechanických ovládacích prvků (spínačů, potenciometrů) jejich elektronickými ekvivalenty a možnost uložení parametrů těchto prvků v číslicové podobě. Patrně nejdůležitějším krokem byla potom digitalizace měřené hodnoty a

možnost jejího následného zpracování v číslicové podobě. (Teorie digitalizace signálu přesahuje rámec této publikace a je běžně dostupná v literatuře, proto se jí nezabýváme).

Původně pomalé a málo přesné analogově-digitální (A/D) převodníky bývaly součástí velkých skříňových sestav počítačů, pro měření v terénu proto většinou nevhodné. Signály se proto zaznamenávaly na vícestopé měřicí magnetofony a z nich se pak přehrávaly do paměti počítače. Vzhledem k nízké vzorkovací frekvenci se musely měřené signály často přehrávat z měřicích magnetofonů do vstupů převodníku sníženou rychlostí, další zpracování (off-line zpracování = po ukončení měření) se dělo v číslicové formě v čase daném rychlostí užitého počítače a náročností výpočtů.

Se zvyšováním přesnosti a rychlosti A/D převodníků a jejich miniaturizací se posouvalo analogově-digitální rozhraní od výstupu tenzometrického zesilovače až těsně za vstupní zesilovač (nebo demodulátor u střídavých zesilovačů) a číslicová technika postupně přebírala funkce dříve realizované analogovými obvody (např. filtrace signálu, nastavení nulové hodnoty signálu, zesílení signálu, připojení náhradních odporů a tenzometrů do můstku, a další). Podmiňujícím momentem byla miniaturizace výpočetní techniky do jednodeskových a později jednočipových mikropočítačů, které je nyní možno namontovat do těsné blízkosti analogových obvodů uvnitř měřicích ústředn, s kterými spolupracují, řídí jejich funkci, nastavují a ukládají jejich parametry. Například u stokanálové přepínací ústředny (jako je ústředna UPM100 - CENTIPEDE firmy HBM) není potom problém do paměti vestavěného mikropočítače přichystat pro každé měřené místo odlišnou konfiguraci celé měřicí cesty (typ zapojení můstku, referenční nulovou hodnotu signálu, k-faktor užitých tenzometrů, napájecí napětí můstku, typ užitého zesilovače atd.) která je potom při měření automaticky přiřazena k právě aktivnímu měřenému místu. Rychlost mikropočítačů umožňuje většinu základních zpracování signálu provádět v reálném čase (on-line zpracování = během měření), čímž nabízí možnost okamžitě po skončení měření posoudit výsledky a reagovat na případné chyby.

Současné A/D převodníky pokrývají díky svému vysokému rozlišení celý měřicí rozsah snímačů bez dříve nutného přepínání citlivosti vstupního zesilovače. Pokud je požadován výstup měřicího řetězce opět v analogové formě (což s číslicovým zpracováním ztrácí na významu) jsou k dispozici stejně kvalitní D/A převodníky. Ty bývají také použity na výstupu číslicově generovaného napájecího napětí můstku. Vstupní diferenciální zesilovač signálu z můstku, výkonové zesilovače napájení můstku a operační zesilovače obvodů kompenzace odporů vedení tak zůstávají jedinými analogovými obvody moderního tenzometrického zesilovače (viz obr. 5.24).



A - obvody doplnění pomocných odporů do plného můstku
V - vstupní zesilovač
K - kompenzace úbytku napětí na kabeláži, výkonové zesilovače napájení můstku
D/A - výstupní převodník napájení můstku
A/D - vstupní převodník měřené veličiny
uP – mikro počítač
I/O - vstup/výstupní rozhraní
S - vnitřní sběrnice mikro počítače
VR - výstupní rozhraní

obr. 5.24 Blokové schema "digitálního tenzometrického zesilovače"

Poměr výkon/cena elektronických obvodů speciálně v oblasti digitální techniky se změnil v posledních desetiletích o několik řádů a dále roste. Tento fakt způsobuje mimo jiné zásadní změny vnitřní struktury měřicích zesilovačů. Postupně také padají ekonomické bariéry dříve zabraňující užívat digitální techniky v běžných experimentálních měřeních.

Zástupcem moderně řešené cenově dostupné univerzální měřicí ústředny je např. SPIDER8 firmy HBM. V jednom rámu zhruba formátu notebooku je umístěno osm vstupů, každý z nich akceptuje tenzometrické i indukčnostní polomosty, nebo plné mosty, které napájí střídavým napětím s frekvencí 4800Hz, dále je možné připojit výstupy z inkrementálních čidel, napětí $\pm 10V$, odporové snímače i proudové smyčky, dále termočlánky i odporové teploměry. Tyto vstupy jsou předzpracovány analogovými obvody, po A/D převodu jsou potom v dohodnutém protokolu přenášeny do PC (notebooku), kde programová aplikace sloužící k řízení ústředny, přenosu dat a jejich zpracování doplní zbytek měřicího řetězce až po prezentaci výsledků ve vhodné formě na obrazovce a dalších dostupných perifériích počítače. Konfigurace každého z měřených míst je uložena v paměti mikro počítače a je volitelná programově z příslušného panelu aplikace řídicí měření. Konfigurace měřicích míst je potom součástí výstupního protokolu o měření.

Analogová část měřicího řetězce, A/D převodníky a k nim příslušící obvody řízení (tvořící zde vlastní "hardware" ústředny SPIDER8) bývají často konstruktéry ponechávány v samostatném obalu mimo rám počítače jako externí jednotky, i když je nyní technicky možné je umístit na desku plošných spojů zasunutou přímo do rámu počítače. Umístění této techniky vně počítače snižuje na minimum hladinu rušivého elektromagnetického pole, přítomného uvnitř a v blízkosti rámu s výpočetní technikou a mimo jiné zjednodušuje manipulaci s kabeláží snímačů.

5.16.2.2 Digitální rozhraní

Stolní a přenosné osobní počítače se svým výkonem a kapacitou stávají významným pomocníkem i při řízení a vyhodnocení tenzometrických měření.

Existuje mnoho variant, jak předat hodnoty z tenzometrické měřicí aparatury do počítače k uložení na vhodná media a k dalšímu zpracování, případně jak řídit funkci měřicí aparatury počítačem. V praxi nejdéle používanou variantou je v počítači vestavěná karta A/D převodníků, umožňující číst výstupní napětí z určitého počtu měřicích zesilovačů. Mnoho firem dodává i programové vybavení podporující vlastní snímání a ukládání signálů včetně jejich dalšího zpracování. Tato varianta umožňuje užít i starší analogové měřicí zesilovače, jejich nastavení - konfigurace zůstává ovšem "ruční".

Vyšší variantou je kompaktní měřicí blok obsahující mimo analogového předzpracování signálu i vlastní digitální strukturu zajišťující distribuci nasnímaných digitalizovaných dat do "nadrízeného" počítače k uložení a dalšímu zpracování. Pro předávání informací mezi počítačem a měřicí ústřednou v číslicové formě slouží číslicová rozhraní. Ty

umožňují mimo měřená data přenášet i pomocné informace týkající se konfigurace měřicích ústředí i měřicích míst a řízení vlastního měření. Podmínkou je doplnění řídicího systému počítače programem většinou dodávaným společně s měřicí ústřednou.

Standardně jsou počítače PC vybaveny seriovými rozhraními (COM1, COM2, ...) typu RS232, a rozhraními určenými původně pro tiskárny (LPT1...) typu Centronics. Obě rozhraní jsou určena pro připojení jediného přístroje. Seriová rozhraní COM jsou často užívána pro řízení méně náročných měření a většina číslicově řízených ústředí je těmito rozhraními vybavena. Jejich nevýhodou je malá přenosová kapacita (maximálně jednotky kBytů/s), jsou proto vhodné pro přenos konfiguračních bloků dat a pro měření s nízkým tokem dat. Výhodou je nenáročná kabeláž. Pomocí jednoduchého konvertoru lze rozhraní COM modifikovat na typ RS422, umožňující po čtyřvodičovém (RS485 po dvouvodičovém) vedení celkové délky do cca 1000m komunikovat s více přístroji vybavenými tímto rozhraním (viz např. řada přístrojů ADAM firmy ADVANTECH). Podobného rozhraní využívají firemní standardy jako Profi-Bus, I²-bus, Can-Bus a další, žádné z nich se však zatím nestalo celosvětovým standardem. Zřídka jsou pro měření užívána tisková rozhraní LPT (užívá je např. měřicí ústředna SPIDER8 firmy HBM). Přenosová rychlost nedávno zavedeného rozhraní USB nahrazujícího mimo jiné tiskový port je vyšší, byť jde o seriovou komunikaci - jeho význam a využití v měření roste.

Jedním z mála celosvětově rozšířených rozhraní pro digitální komunikaci při měření se stal standard IEEE-488, původně propojovací soustava pro měření americké firmy Hewlett-Packard, zvaná HP-IB, (GP-IB), vyvinutá v roce 1972. Poslední modifikace z roku 1987 nese název IEEE488.2. Jedná se o sběrnici (číslíkové rozhraní podobné tiskovému portu PC) pro paralelní osmibitový přenos dat s pomocnými vodiči pro řízení přenosu, umožňující propojit až 16 účastníků vybavených stejným rozhraním a adresou účastníka. Systém priorit (Master - Slave) umožňuje "nadrízenému" (master = většinou řídicí počítač), ovládat jednoho, či skupinu podřízených pomocí standardní sady příkazů. Přenosová kapacita je řádově stovky kByte/s, což odpovídá toku dat např. při přenosu signálů z deseti měřicích kanálů vzorkovaných šestnáctibitovými převodníky rychlostí 10 000/s.

V poslední době nabývá na významu komunikace mezi výpočetními systémy po síti, realizovaná různými technickými prostředky (často je užívána sběrnice ETHERNET), některé z nich umožňují připojení na globální systém Internet. Nabízí se zde možnost dálkového řízení měření z aplikace připojené na síť kdy je ústředna umístěna kdekoli v terénu v blízkosti terminálu sítě, nebo vybavena bezdrátovým připojením. Příkladem takového ústředny vybavené mimo jiné rozhraním Ethernet je ústředna MGCplus firmy HBM.

Další možností pro "měření na dálku" je v nejbližší budoucnosti očekávaný obecně přístupný systém přenosu dat přes síť komunikačních satelitů. Neustálé zvyšování výkonu výpočetní techniky umožňuje zpracovávat stále větší objemy dat v reálném čase, takže je možné počítat s redukcí objemu přenášených dat tím, že budeme mít možnost přenášet jen vhodně vybrané průběžně vyhodnocované parametry měřených signálů.

5.16.2.3 Použití PC v měřicí technice

Firmy nabízející číslicovou měřicí techniku většinou dodávají také programové vybavení pro měření s těmito přístroji pomocí PC. Dialog probíhající mezi měřicí ústřednou a řídicím počítačem využívá sady příkazů, kterým "rozumí" jen daný přístroj. "Životním minimem" pro měření řízené počítačem je tedy program, který umožní přes určité rozhraní nastavit parametry měřicí ústředny, spustit domluvené měření, jehož výsledky uloží většinou na diskovou jednotku PC v dohodnutém formátu tak, aby následné zpracování nečinilo problémy. Řada takovýchto firemních programů obsahuje i knihovnu matematických a

grafických prostředků pro zpracování a prezentaci výsledků (s většinou diskutabilním poměrem ceny a výkonu tohoto rozšíření ve srovnání s masově nasazenými programy typu MS Excel).

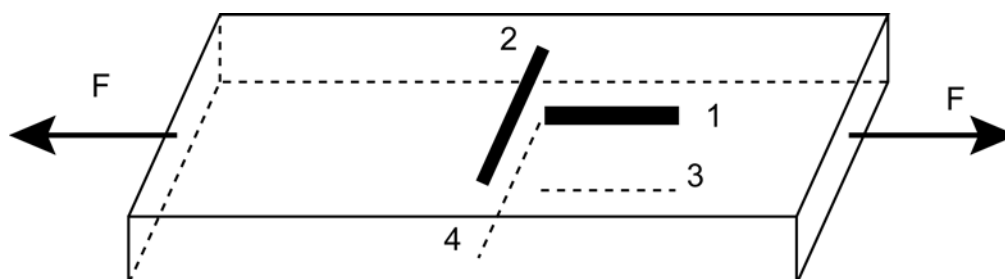
Jiný přístup k problému volila firma National Instruments, která se snaží ve svém programovém prostředí pro měření nazvaném LabView nasbírat knihovnu programových ovladačů přístrojů (je v zájmu výrobců přístrojů takovýto programový modul poskytnout), upravených tak, že jsou pak dostupné standardními prostředky prostředí LabView, pomocí grafických ovládacích panelů. Dále je k dispozici bohatá knihovna matematických, statistických a grafických modulů, sloužících k záznamu, vyhodnocení a prezentaci měřených dat. Virtuální měřicí a vyhodnocovací řetězec se potom tvoří propojováním vstupů a výstupů bloků reprezentujících jednotlivé měřicí, výpočetní a prezentační moduly v grafické formě.

Díky možnosti síťového propojení počítačů s obrovskými přenosovými rychlostmi je možné realizovat rozsáhlé měřicí celky poskládané ze systémů téže firmy či v poslední době i různých firem sdílející navzájem datové a další struktury týkající se měření. Je např. možné ve vývojových laboratořích leteckých firem vidět měřicí sestavy snímající desítkami ústředěn MGCplus firmy HBM synchronně v reálném čase několik tisíc tenzometrických míst na draku letounu během zatěžovací zkoušky, kdy soustava PC spojená do sítě kromě průběžného záznamu dat umožňuje sledovat během měření vybrané důležité parametry i jejich závislosti a zároveň řídit průběh zatěžování.

Neustále se rozrůstající a stále bohatěji vybavené měřicí systémy s využitím výpočetní techniky s sebou ale nesou jisté nebezpečí, které je třeba při vedení měření mít neustále na paměti: Přes efektně vyhlížející barevné grafy a výsledky vypočtené téměř okamžitě na pět desetinných míst nám může uniknout fakt, že jsme zaměnili dva vodiče přívodu z tenzometrického můstku a vstupní data mají tudíž obrácené znaménko, že jsme díky špatnému značení kabelů zaměnili jedno měřené místo za jiné, nebo že jistá vstupní konstanta je zadána sice správně, ale ve špatných jednotkách. Při hodnocení výsledků potom máme sklony vzniklé nesrovnalosti vysvětlit určitými vlivy při měření a dílo zkázy je dokončeno. Podobných taškařic se vyskytuje v měřičské praxi nespočet a proto je vhodné v průběhu měření neustále kontrolovat věrohodnost naměřených dat jakýmsi "technickým šestým smyslem" někdy též nazývaným "selský rozum".

5.17 Způsoby zapojení tenzometrů (Pro jednotlivá mechanická namáhání)

5.17.1 Tažený prut



Osově přetvoření:

$$\varepsilon_x = \frac{F}{S \cdot E} = \frac{\sigma_x}{E} = \frac{\sigma_N}{E}$$

$$\varepsilon_y = -\mu \cdot \varepsilon_x$$

5.17.1.1 Zapojení tenzometrů

a) $\frac{1}{4}$ most: připojení R_1

celkové přetvoření:

$$\varepsilon_V = \frac{2}{k} \cdot \varepsilon_i = \varepsilon_1 = \varepsilon_{1M} + \varepsilon_{1T}$$

kde ε_i je indikovaná hodnota přetvoření

ε_{1M} je deformace od mechanického zatížení

ε_{1T} je deformace od teplotního zatížení

Nevýhody zapojení:

není teplotní kompenzace – nutno užít *samokompensovaných* tenzometrů ($\varepsilon_T = 0$)
není eliminován případný ohyb (u samokompensovaného tenzometru)

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_N + \varepsilon_o = \frac{1}{E}(\sigma_N + \sigma_o), \text{ kde } \varepsilon_N = \frac{\sigma_N}{E} \text{ a } \varepsilon_o = \frac{\sigma_o}{E}$$

b) dva $\frac{1}{4}$ mosty – připojeno R_1, R_3

celkové přetvoření:

$$\varepsilon_V = \frac{2}{k} \cdot \varepsilon_i = \varepsilon_1 + \varepsilon_3$$

kde $\varepsilon_1 = \varepsilon_3 \Rightarrow \frac{2}{k} \cdot \varepsilon_i = 2\varepsilon_1 = C \cdot \varepsilon_1 \Rightarrow C = 2$ ($C \dots$ konstanta můstkového zapojení)

Nevýhody zapojení:

zapojení není teplotně kompenzováno \Rightarrow užít samokompensovací tenzometr,

$$\text{jinak } \varepsilon_1 = \varepsilon_{1M} + \varepsilon_{1T}$$

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_{3M} + \varepsilon_{3T}$$

přičemž $\varepsilon_{1M} = \varepsilon_{3M}$ a $\varepsilon_{1T} = \varepsilon_{3T}$.

$$\text{potom } \frac{2}{k} \cdot \varepsilon_i = 2\varepsilon_{1M} + 2\varepsilon_{1T}$$

Výhody zapojení:

ohyb je kompenzován

$$\varepsilon_{1M} = \varepsilon_N + \varepsilon_o$$

$$\varepsilon_{3M} = \varepsilon_N - \varepsilon_o$$

$$\text{Potom } \varepsilon_V = \frac{2}{k} \cdot \varepsilon_i = \varepsilon_{1M} + \varepsilon_{3M} = 2\varepsilon_N$$

(za předpokladu $\varepsilon_{1T} = \varepsilon_{3T} = 0$, tj. při použití samokompensovaných tenzometrů.

S uvážením vztahu $\varepsilon_V = C \cdot \varepsilon_i$ bude $C = 2$.

$\frac{1}{2}$
c) **most – připojeno** R_1, R_2

Výhody zapojení:

kompenzace vlivu teplotní roztažnosti

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_{1M} + \varepsilon_{1T}$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_{2M} + \varepsilon_{2T}$$

přičemž $\varepsilon_{1T} = \varepsilon_{2T}$

$$\text{Potom } \varepsilon_V = \frac{2}{k} \cdot \varepsilon_i = \varepsilon_{1M} - \varepsilon_{2M}$$

zvýšená citlivost

$$\varepsilon_{2M} = -\mu\varepsilon_{1M} = -0,3\varepsilon_{1M} ,$$

$$\text{tj. } \varepsilon_V = \frac{2}{k} \cdot \varepsilon_i = 1,3 \cdot \varepsilon_{1M} , \Rightarrow C = 1,3$$

Nevýhody zapojení:

není kompenzován vliv ohybu

$$\varepsilon_{1M} = \varepsilon_N + \varepsilon_o = \frac{1}{E} (\sigma_N + \sigma_o) = \frac{2}{k} \cdot \frac{\varepsilon_i}{1,3}$$

$$\text{odkud } \sigma_N + \sigma_o = \frac{2}{k} \cdot \frac{\varepsilon_i}{1,3} \cdot E$$

d) plný most - R_1, R_2, R_3, R_4 (připojeny)

Výhody zapojení:

kompensace teplotní roztažnosti

$$\varepsilon_{1T} = \varepsilon_{2T} = \varepsilon_{3T} = \varepsilon_{4T}$$

Potom
$$\varepsilon_V = \frac{2}{k} \cdot \varepsilon_i = \varepsilon_{1M} - \varepsilon_{2M} + \varepsilon_{3M} - \varepsilon_{4M}$$

zvýšená citlivost

$$\varepsilon_{2M} = -\mu\varepsilon_{1M}$$

$$\varepsilon_{4M} = -\mu\varepsilon_{3M}$$

Potom
$$\varepsilon_V = (1 + \mu) \cdot (\varepsilon_{1M} + \varepsilon_{3M})$$

Přičemž pro prostý tah: $\varepsilon_{1M} = \varepsilon_{3M}$

$$\varepsilon_V = 2(1 + \mu) \cdot \varepsilon_{1M} = 2,6\varepsilon_{1M} \Rightarrow C = 2,6$$

kompensace případného ohybu

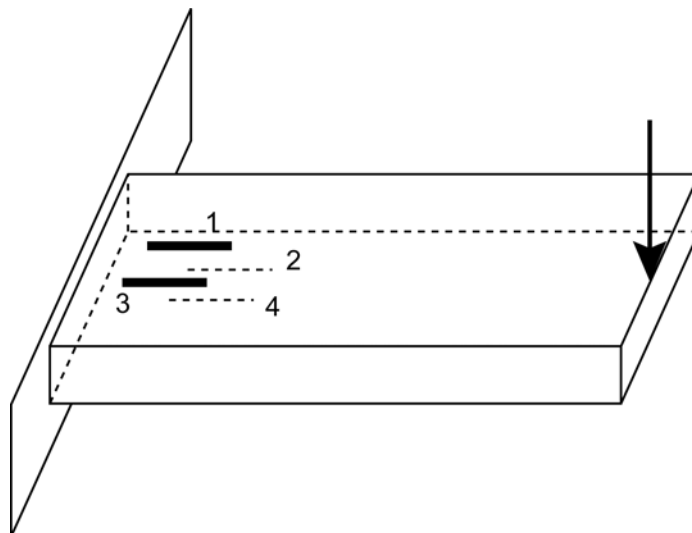
$$\varepsilon_{1M} = \varepsilon_N + \varepsilon_o$$

$$\varepsilon_{3M} = \varepsilon_N - \varepsilon_o$$

Potom
$$\frac{2}{k} \varepsilon_i = \varepsilon_V = 2,6 \cdot \varepsilon_N = 2,6 \frac{\sigma_N}{E}$$

Odkud
$$\sigma_N = \frac{2}{k} \cdot \frac{\varepsilon_i}{2,6} \cdot E$$

5.17.2 Ohýbaný prut



Extrémní ohybové napětí:

$$\sigma_o = \frac{M_o}{W_o} = E \cdot \varepsilon_o$$

5.17.2.1 Zapojení tenzometrů

a) $\frac{1}{4}$ most – zapojeno R_1 nebo R_2

celkové přetvoření:

$$\varepsilon_V = \frac{2}{k} \cdot \varepsilon_i = \varepsilon_1 = \varepsilon_{1M} + \varepsilon_{1T}$$

$$\varepsilon_{1M} = \varepsilon_N + \varepsilon_o = \frac{1}{E} (\sigma_N + \sigma_o)$$

$$\sigma_N + \sigma_o = \frac{2}{k} \cdot \varepsilon_i \cdot E$$

kde ε_i je indikovaná hodnota přetvoření

ε_{1M} je deformace od mechanického zatížení

ε_{1T} je deformace od teplotního zatížení

Nevýhody zapojení:

***Není kompenzace teploty - nutno užít samokompenzovaný tenzometr.
Není kompenzován případný tah***

b) $\frac{1}{2}$ most – zapojeno R_1, R_2

Celkové přetvoření:

$$\varepsilon_V = \frac{2}{k} \varepsilon_i = \varepsilon_{1M} - \varepsilon_{2M}$$

Výhody zapojení:

kompenzace vlivu teploty

$$\varepsilon_{1T} = \varepsilon_{2T}$$

zvýšená citlivost při ohybu

$$\varepsilon_{1M} = -\varepsilon_{2M}$$

$$\varepsilon_V = \frac{2}{k} \cdot \varepsilon_i = 2 \cdot \varepsilon_{1M} \Rightarrow C = 2$$

kompensován vliv tahu

$$\varepsilon_{1M} = \varepsilon_N + \varepsilon_o$$

$$\varepsilon_{2M} = \varepsilon_N - \varepsilon_o$$

$$\varepsilon_V = \frac{2}{k} \cdot \varepsilon_i = 2 \cdot \varepsilon_o = 2 \frac{\sigma_o}{E}, \text{ tj. } \sigma_o = \frac{1}{k} \cdot \varepsilon_i \cdot E$$

c) plný most - R_1, R_2, R_3, R_4 (připojeny)

$$\varepsilon_V = \frac{2}{k} \cdot \varepsilon_i = \varepsilon_{1M} - \varepsilon_{2M} + \varepsilon_{3M} - \varepsilon_{4M}$$

Výhody zapojení:

kompensace vlivu teploty

$$\varepsilon_{1T} = \varepsilon_{2T} = \varepsilon_{3T} = \varepsilon_{4T}$$

zvýšená citlivost při ohybu

$$\varepsilon_{1M} = \varepsilon_{3M}$$

$$\varepsilon_{2M} = \varepsilon_{4M} = -\varepsilon_{1M}$$

$$\varepsilon_V = 4 \cdot \varepsilon_{1M} \Rightarrow C = 4$$

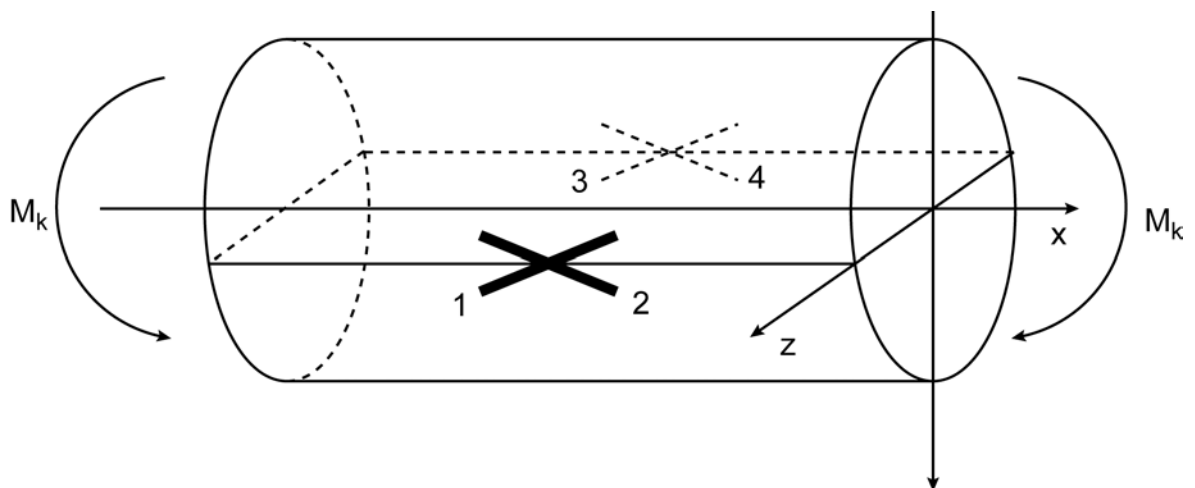
kompensace případného tahu

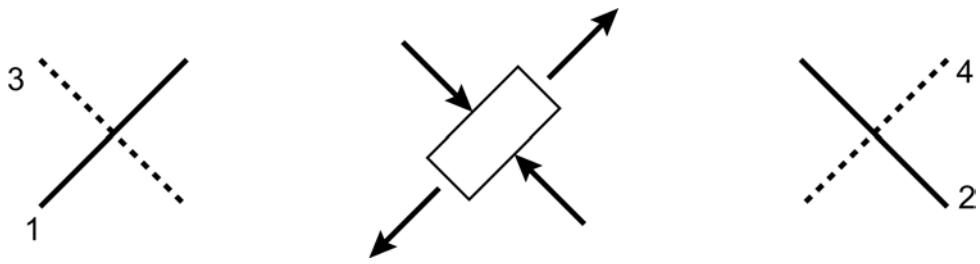
$$\varepsilon_{1M} = \varepsilon_{3M} = \varepsilon_N + \varepsilon_o$$

$$\varepsilon_{2M} = \varepsilon_{4M} = \varepsilon_N - \varepsilon_o$$

$$\varepsilon_V = \frac{2}{k} \cdot \varepsilon_i = 4 \cdot \varepsilon_o = 4 \frac{\sigma_o}{E}, \text{ tj. } \sigma_o = \frac{1}{2k} \cdot \varepsilon_i \cdot E$$

5.17.3 Krut





obr. 5.25

Napětí a deformace v bodě od kroutícího momentu M_K :

$$\gamma = \frac{\tau_{\max}}{G}$$

$$\varepsilon_{45} = \frac{\gamma}{2}$$

kde

$$\tau_{\max} = \frac{M_K}{W_K}$$

$$\tau_{\max} = G \cdot \gamma = G \cdot 2\varepsilon_{45}$$

$$\text{resp. } M_K = \tau_{\max} \cdot W_K$$

pro kruhový průřez:

$$W_K = \frac{\pi}{16} d^3 \approx \frac{1}{5} d^3$$

5.17.3.1 Zapojení tenzometrů

a) $\frac{1}{2}$ most – zapojeno R_1, R_2

Celkové přetvoření:

$$\varepsilon_V = \frac{2}{k} \cdot \varepsilon_i = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$$

$$\text{kde } \varepsilon_1 = \varepsilon_{1M} + \varepsilon_{1T}$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_{2M} + \varepsilon_{2T}$$

$$\varepsilon_{1M} = -\varepsilon_{2M} = \varepsilon_{45}$$

Výhody zapojení:

kompensace vlivu teploty

$$\varepsilon_{1T} = \varepsilon_{2T}$$

potom $\varepsilon_v = \frac{2}{k} \cdot \varepsilon_i = 2\varepsilon_{45} \Rightarrow C = 2$

kompensace vlivu osové síly

$$\varepsilon_{1N} = \varepsilon_{2N}$$

b) plný most - R_1, R_2, R_3, R_4 (připojeny)

Výhody zapojení:

stejně výhody jako poloviční most

větší citlivost

$$\varepsilon_v = \frac{2}{k} \varepsilon_i = 4\varepsilon_{45} \Rightarrow C = 4$$

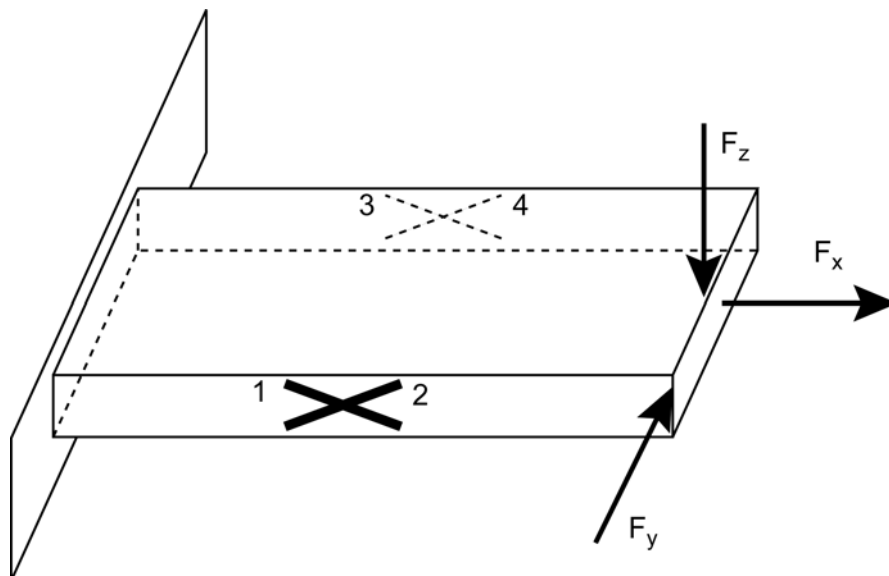
kde $\varepsilon_{45} = \frac{1}{2k} \cdot \varepsilon_i$

$$\tau_{\max} = G \cdot 2\varepsilon_{45} = G \cdot \frac{1}{k} \cdot \varepsilon_i$$

kompenzován vliv přetvoření od ohybového momentu $M_z, (\varepsilon_{1o})_z = (\varepsilon_{2o})_z$

kompenzován vliv přetvoření od ohybového momentu $M_y, (\varepsilon_{1o})_y = (\varepsilon_{2o})_y$

5.17.4 Smykové namáhání



obr. 5.26

Napětí a deformace v bodě na neutrálné ose od síly F_Z :

$$\tau = \gamma \cdot G = 2\varepsilon_{45} \cdot G$$

kde

$$\varepsilon_{45} = \frac{\gamma}{2}$$

pro obdélníkový průřez:

$$\tau_{\max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{T}{S}$$

5.17.4.1 Zapojení tenzometrů

a) $\frac{1}{2}$ most – zapojeno R_1, R_2

Celkové přetvoření:

$$\varepsilon_V = \frac{2}{k} \cdot \varepsilon_i = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$$

Výhody zapojení:

kompensace vlivu teploty

$$\varepsilon_{1T} = \varepsilon_{2T}$$

$$\varepsilon_V = \frac{2}{k} \cdot \varepsilon_i = \varepsilon_{1M} - \varepsilon_{2M}$$

příčemž $\varepsilon_{1M} = -\varepsilon_{2M} = \frac{\gamma}{2} = \frac{\tau_{\max}}{2G}$, kde $\tau_{\max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{F_Z}{S}$

potom $\varepsilon_V = \frac{2}{k} \cdot \varepsilon_i = 2\varepsilon_{1M} = \gamma = \frac{\tau_{\max}}{G}$

$$\tau_{\max} = \frac{2}{k} \cdot \varepsilon_i \cdot G$$

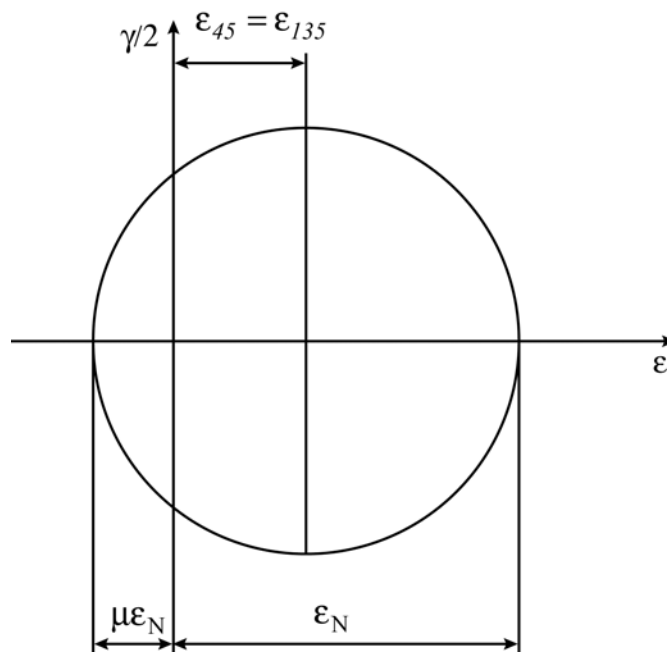
kompensace ohybového momentu od síly F_Z

kompensace vlivu posouvající síly T a ohybového momentu od síly F_y

$$\tau = 0 \quad , \quad \gamma = 0 = \varepsilon_{45} = \varepsilon_{135}$$

$$\varepsilon_{1M} = \varepsilon_{2M}$$

kompensace vlivu síly F_x



obr. 5.27

b) plný most - R_1, R_2, R_3, R_4 (připojeny)

Celkové přetvoření:

$$\varepsilon_{1M} = \varepsilon_{3M} = -\varepsilon_{2M} = -\varepsilon_{4M}$$

příčemž
$$\varepsilon_{1M} = \frac{\gamma}{2} = \frac{\tau}{2G}$$

potom
$$\varepsilon_v = \frac{2}{k} \cdot \varepsilon_i = \varepsilon_{1M} - \varepsilon_{2M} + \varepsilon_{3M} - \varepsilon_{4M}$$

resp.
$$\varepsilon_v = 4\varepsilon_{1M} \quad \Rightarrow \quad C = 4$$

$$\varepsilon_v = \frac{2}{k} \cdot \varepsilon_i = 4 \cdot \frac{\tau}{2G}$$

$$\tau = \frac{1}{k} \varepsilon_i \cdot G$$

Výhody zapojení:

kompzace vlivu teploty

$$\varepsilon_{1T} = \varepsilon_{2T} = \varepsilon_{3T} = \varepsilon_{4T}$$

kompzace ohybového momentu od F_z

kompzace ohybového momentu a smyku od F_y

kompzace normální síly F_x .

5.17.4.2 Tenzometr měřící přímo hlavní napětí

Uvedené vztahy platí za předpokladu známých hlavních směrů.

Z Mohrovy kružnice vyplývá:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2} + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2} \cdot \cos 2\alpha$$

s uvážením skutečnosti

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$$

je deformace ve směru α

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\varepsilon_1}{2}(1 + \cos 2\alpha) + \frac{\varepsilon_2}{2}(1 - \cos 2\alpha) = \varepsilon_1 \cos^2 \alpha + \varepsilon_2 \cdot \sin^2 \alpha$$

resp.

$$\varepsilon_\alpha = \cos^2 \alpha (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha)$$

Pokud

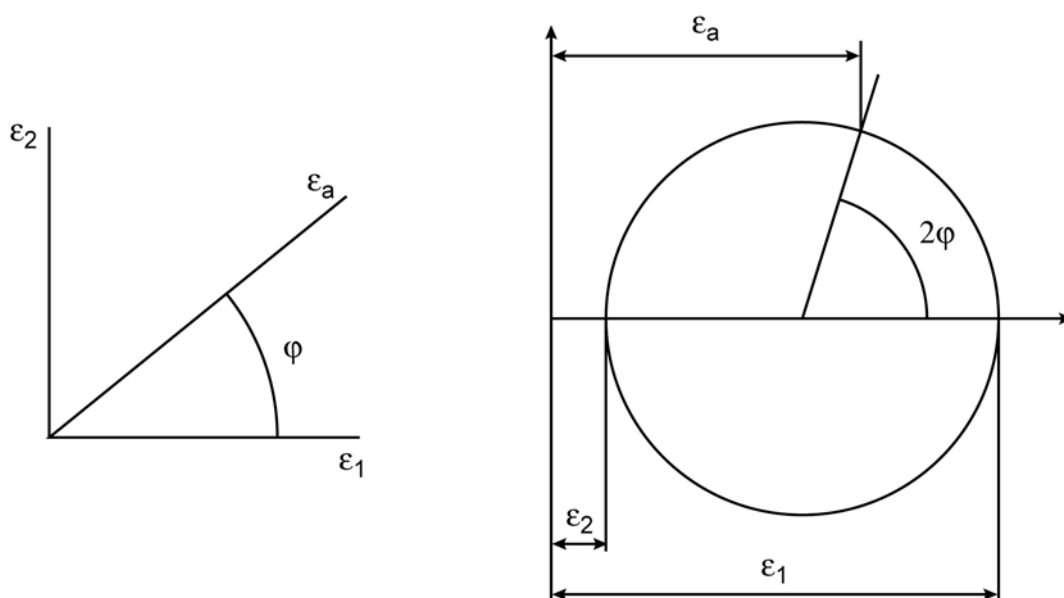
$$\operatorname{tg}^2 \alpha = \mu, \text{ tj. } \alpha = \operatorname{arctg} \sqrt{\mu}$$

a s uvážením platnosti vztahu

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}}, \text{ resp. } \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{1}{1 + \mu}$$

je přetvoření ve směru α

$$\varepsilon_\alpha = \cos^2 \alpha (\varepsilon_1 + \mu \varepsilon_2)$$



obr. 5.28

Hlavní napětí:

$$\sigma_1 = \frac{E}{1-\mu^2} (\varepsilon_1 + \mu\varepsilon_2)$$

odkud

$$(\varepsilon_1 + \mu\varepsilon_2) = \frac{\sigma_1(1-\mu^2)}{E} \Rightarrow \frac{\varepsilon_\alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{\sigma_1(1-\mu^2)}{E}$$

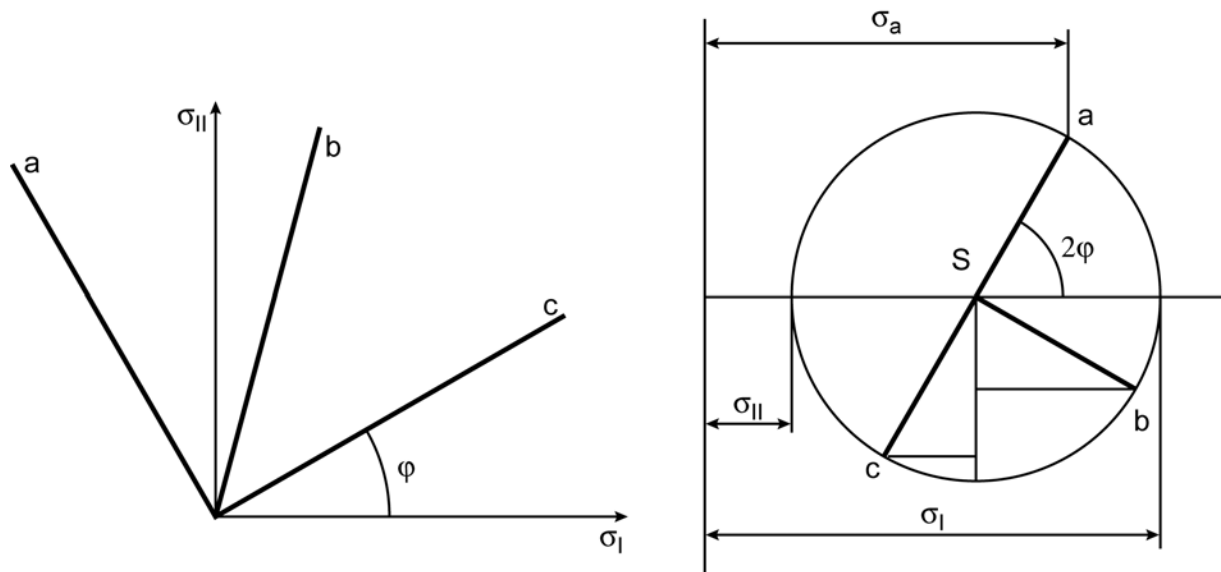
tj.

$$\varepsilon_\alpha(1+\mu) = \frac{\sigma_1}{E}(1+\mu)(1-\mu)$$

$$\sigma_1 = \frac{E}{1-\mu} \cdot \varepsilon_\alpha$$

5.17.5 Rovinná napjatost s neznámými směry hlavních napětí

Uvedené vztahy jsou platné pro tenzometrická růžice typu - $0^\circ/45^\circ/90^\circ$.



obr. 5.29

Poloha středu Mohrovy kružnice:

$$A = \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_c}{2}$$

Poloměr Mohrovy kružnice:

čítatel	jmenovatel	$2\alpha_a$
+	+	$0^\circ - 90^\circ$
+	-	$90^\circ - 180^\circ$
-	-	$180^\circ - 270^\circ$
-	+	$270^\circ - 360^\circ$

$$B = \sqrt{(\varepsilon_a - A)^2 + (\varepsilon_b - A)^2}$$

Hlavní přetvoření:

$$\varepsilon_{I,II} = A \pm B$$

Úhel hlavní osy:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_a = \frac{\varepsilon_b - A}{\varepsilon_a - A}$$

Hlavní napětí:

$$\sigma_I = \frac{E}{1-\mu^2} (\varepsilon_I + \varepsilon_{II}) = \frac{E}{1-\mu^2} [A + B + \mu A - \mu B]$$

$$\text{tj. } \sigma_{I,II} = \frac{E}{1-\mu} \cdot A \pm \frac{E}{1+\mu} \cdot B$$

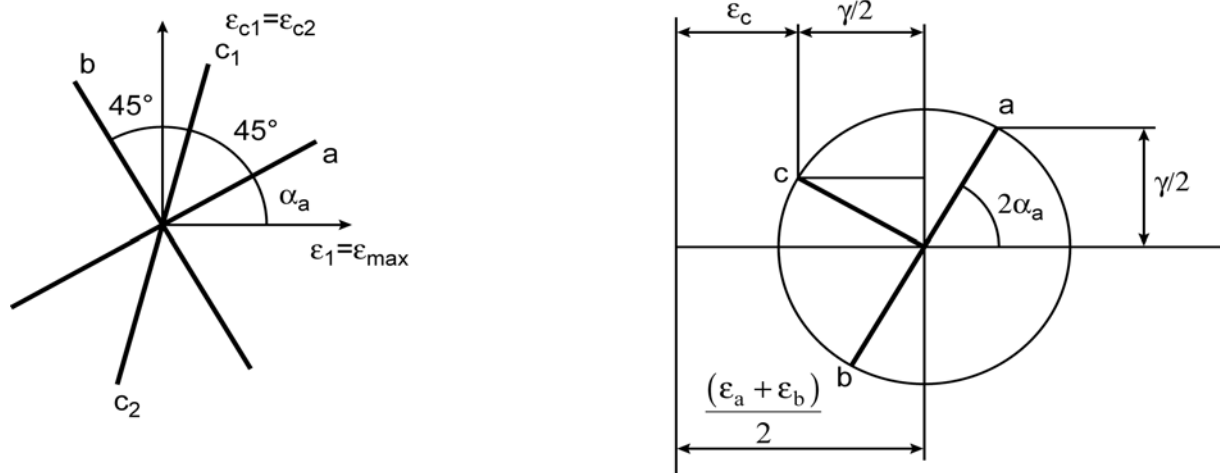
5.17.6 Rovinná napjatost se známými směry hlavních napětí

Hlavní napětí :

$$\sigma_1 = \frac{E}{1-\mu^2} (\varepsilon_1 + \mu\varepsilon_2)$$

$$\sigma_2 = \frac{E}{1-\mu^2} (\varepsilon_2 + \mu\varepsilon_1)$$

MĚŘENÍ SMYKOVÉHO NAPĚTÍ S KOMPENZACÍ NORMÁLNÉHO NAPĚTÍ



obr. 5.30

Z Mohrovy kružnice lze určit:

$$\frac{\gamma_a}{2} = \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_b}{2} - \varepsilon_c$$

resp.

$$\gamma_a = \varepsilon_a + \varepsilon_b - 2\varepsilon_c$$

Smykové napětí ve směru *a*

$$\tau_a = G \cdot \gamma_a = \frac{E}{2(1+\mu)} \cdot \gamma_a$$

resp.

$$\tau_a = \frac{E}{2(1+\mu)} \cdot (\varepsilon_a + \varepsilon_b - 2\varepsilon_c)$$

5.18 Literatura

- [1] Hoffmann, K.: An Introduction to Measurements using Strain Gages, Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH, Darmstadt

6. EXPERIMENTÁLNÍ URČOVÁNÍ ZBYTKOVÝCH NAPĚTÍ

6.1 Úvod do problematiky experimentálního určování zbytkových napětí

6.1.1 Zbytková napětí – vymezení pojmu, jejich význam pro praxi

Konstruktéry a výpočtáři je obvykle předpokládáno, že materiálem tělesa je homogenní izotropní kontinuum. K deformaci tělesa (a jeho elementárních prvků) a ke vzniku napjatosti v něm pak může docházet z různých příčin:

- především to nastává při silovém působení (silami povrchovými a objemovými) nebo deformačním působením na těleso. Vnitřní síly v daném průřezu jsou staticky ekvivalentní s působícími napětími; jejich výslednice v daném průřezu je obecně nenulová;
- složitější situace mohou nastat při působení teplotního pole:
 - jedná-li se o homogenní teplotní pole (tj. pole bez teplotních gradientů po ploše nebo po tloušťce) vzniká v tělese napjatost pouze tehdy, je-li zabráněno jeho volné teplotní dilataci,
 - v případě nehomogenního teplotního pole dochází ke vzniku napjatosti i při možnosti teplotní dilatace.

Není-li v daném případě splněna podmínka plasticity, jsou tato působící napětí v pružné oblasti. Po odstranění příčiny svého vzniku pak zcela vymizí.

Jinak tomu je, jestliže dojde v průběhu zmíněného působení v tělese (v celém tělese nebo pouze v některých jeho oblastech) ke vzniku pružně plastického stavu. Potom po odstranění původní příčiny vzniku napjatosti – silového, deformačního nebo teplotního působení - zůstanou v tělese jistá zbytková (residuální) napětí (residual stresses, Eigenspannungen, ostatočnyje naprjaženija). (Pozn.: velmi často užívaný pojem „vnitřní pnutí“ není z terminologického hlediska vhodný.) Výslednice vnitřních sil v daném průřezu je potom nulová.

V tomto smyslu tedy nejsou zbytkovými napětími např. montážní napětí nebo dočasná smršťovací napětí v odlitku vznikající při jeho chladnutí nebo ohřívání, přičemž forma nebo jádra kladou odpor teplotní roztažnosti.

V technických materiálech v důsledku jejich technologie výroby a dalším zpracováním prakticky téměř vždy existuje jistá zbytková napjatost.

Pro technickou praxi jsou důležitá především makroskopická zbytková napětí (napětí I. druhu – viz dále). Jejich existence se projevuje řadou prakticky významných efektů; k nejznámějším patří:

- geometrické důsledky zásahu do napěťové rovnováhy se projeví rozměrovými a tvarovými změnami, které ovlivní využitelnost součásti nebo technologie jejího dalšího zpracování,
- vliv zbytkových napětí na životnost, bezporuchovost a korozní odolnost součástí.

Zbytková napětí mohou tedy být jak užitečná, tak škodlivá.

Prospěšná jsou např. tlaková napětí vyvolaná některými způsoby úpravy povrchu cyklicky namáhaných součástí (např. kuličkováním), která vedou k prodloužení doby života.

Důsledkem negativního působení zbytkových (zpravidla tahových) napětí je vznik trhlin, napěťová koroze, snížení meze únavy (viz Smithův nebo Haighův diagram), snížení křehkolomové odolnosti apod. Vysoká tahová napětí vyvolaná např. v okolí svarů chladnutím a fázovými transformacemi mohou způsobit vznik trhliny i bez dodatečného působení vnějších sil.

Z uvedených důvodů je patrna důležitost vyšetřování zbytkových napětí.

Zahrnutí vlivu zbytkových napětí při výpočtovém posouzení konstrukce však není vždy jednoduché. V případě elastické napjatosti je možno uvažovat jejich superpozici s napětími od vnějšího působení. V pružně plastické oblasti se situace komplikuje vzhledem k tomu, že postupem doby dochází k relaxaci zbytkových napětí. Průběh tohoto procesu závisí na celé řadě faktorů – na amplitudě napětí, počtu cyklů, teplotě, stavu původní zbytkové napjatosti, vlastnostech materiálu.

Je tedy významnou úlohou konstruktérů a technologů vhodným návrhem konstrukce a technologie výroby docílit jejich přijatelné velikosti. Snižování zbytkových napětí žíháním, vibracemi ap. je nákladnou operací, ne vždy realizovanou s očekávanými výsledky a v některých případech i nemožnou.

6.1.2 Klasifikace zbytkových napětí

Zbytková napětí je možno klasifikovat podle různých hledisek.

Významným hlediskem pro třídění zbytkových napětí působících v polykrystalických materiálech je velikost objemů, v nichž se napětí nemění co do velikosti a směru, resp. podle dosahu; podle toho se rozlišují podle Macheraucha a Tietze:

- zbytková napětí I. druhu (zvaná též makroskopická) jsou přibližně homogenní v makroskopické oblasti (v mnoha zrnech) materiálu (obr. 6.1); lineární rozměr této oblasti dosahuje řádově alespoň mm. Oblast může mít tvar plošně rozsáhlé vrstvy o nepatrné tloušťce. Kolmo k vrstvě jsou přípustné vysoké gradienty napětí I. druhu. Výslednice vnitřních sil spojených s napětím I. druhu jsou nulové v libovolném řezu tělesa. Při použití destruktivních nebo polodestruktivních metod, kdy dochází k narušení této rovnováhy v tělese, dochází vždy ke změnám jeho makroskopických rozměrů;
- zbytková napětí II. druhu (zvaná též mikroskopická) jsou přibližně homogenní v oblastech srovnatelných s velikostí jednotlivých zrn. Výslednice vnitřních sil se předpokládá nulová již u objemů tvořených větším počtem zrn. Porušení této rovnováhy nemusí vést ke změnám tvaru uvažovaného tělesa;
- zbytková napětí III. druhu (zvaná též submikroskopická) jsou nehomogenní i v oblastech srovnatelných s meziatomovými vzdálenostmi. Nulové výslednice vnitřních sil může být dosaženo i v dostatečně velkých částech jednoho zrna. Zásahem do rovnováhy nedojde k žádným tvarovým změnám tělesa.

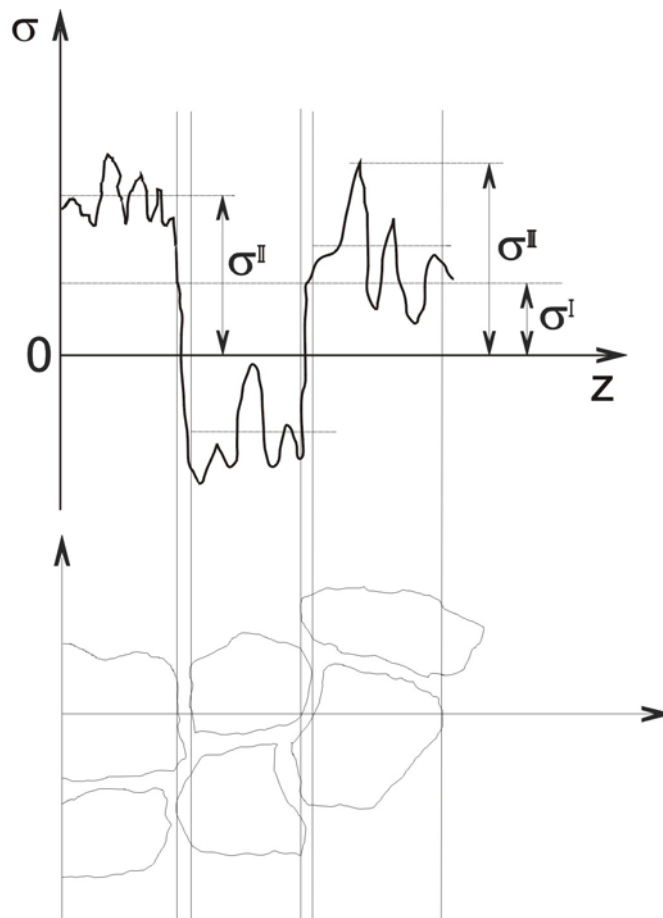
Zbytková napětí I. druhu jsou podle tohoto obr. střední hodnotou zbytkových napětí působících v mnoha zrnech.. Zbytkové napětí II. druhu představuje rozdíly mezi zbytkovým napětím I. druhu a středními hodnotami zbytkových napětí v jednotlivých zrnech. Zbytková napětí III. druhu odpovídají změnám skutečných místních zbytkových napětí kolem zbytkových napětí II. druhu. Rozhodujícím rozměrem pro tuto klasifikaci zbytkových napětí je tedy velikost zrna materiálu uvažovaného tělesa.

Zbytkové napětí v určitém bodě tělesa je vždy superpozicí všech uvedených tří druhů. I když v některých případech mohou být zbytková napětí I. a II. druhu nulová, jsou zbytková napětí III. druhu v technické praxi vždy nenulová. Přitom znalost velikostí těchto jednotlivých

druhů napětí není pro konstruktéra nebo výpočtáře (při posuzování spolehlivosti konstrukce) vždy stejně důležitá. Tak na příklad u kompozitních materiálů může být zajímavá velikost zbytkových napětí II. druhu; u kovových materiálů se pozornost soustřeďuje především na vyšetření makroskopických zbytkových napětí a zbytková napětí II. a III. druhu jsou považována za nepodstatná.

Příčiny vzniku zbytkových napětí mohou být rozmanité:

- zbytková napětí I. druhu mohou být důsledkem
 - různých výrobních technologií:
 - obrábění (broušení, soustružení, frézování, hoblování, vrtání),
 - spojování (svařování, měkké a tvrdé pájení, lepení),
 - lití,
 - tváření (tažení a válcování za studena, kování, kuličkování, lisování, tlačení),
 - tepelné nebo tepelně-mechanické zpracování (kalení, transformační procesy doprovázené změnou měrného objemu, boridování, cementování, nitridování),
 - vytváření krycích vrstev - povlaků (galvanizace, plátování, potahování, stříkání, zinkování);
 - montážních, dopravních, provozních, zkušebních a jiných zatížení různého charakteru;



obr. 6.1

- zbytková napětí II. druhu vznikají:
 - při tepelných procesech v materiálu s fázemi majícími rozdílné hodnoty teplotních součinitelů délkové roztažnosti,
 - při deformaci materiálu skládajícího se buď z jedné fáze (jejíž zrna jsou však různě orientovány k silovému toku a jejichž mez kluzu je anizotropní) anebo z více fází s různými mechanickými vlastnostmi;
- zbytková napětí III. druhu jsou důsledkem strukturních poruch – bodových (vakance, intersticiály, nečistoty), čárových (dislokace hranové, šroubové, smíšené). plošných (hranice zrn, vrstevné chyby).

U technických materiálů přichází vždy v úvahu superpozice zbytkových napětí různých druhů i odlišných příčin vzniku; na tuto skutečnost by se nemělo zapomínat.

Poznámka.

V dalším textu bude použit následující způsob označování zbytkových napětí:

$\sigma^I, \sigma^{II}, \sigma^{III} \dots$ zbytková napětí I., II. a III. druhu,

$\sigma_I, \sigma_{II} \dots$ hlavní zbytková napětí působící na povrchu tělesa ($\sigma_{III} = 0$),

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 \dots$ hlavní zbytková napětí utříděná podle své velikosti ($\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$)

6.1.3 Přehled experimentálních metod pro měření zbytkových napětí

V uplynulých letech byla vypracována celá řada těchto metod – a to buď kvantitativních nebo pouze kvalitativních.

Pro jejich klasifikaci může být uplatněna celá řada hledisek:

- podle toho, do jaké míry bude narušena celistvost vyšetřovaného tělesa jsou metody:
 - destruktivní – dojde k úplnému znehodnocení tělesa,
 - polodestruktivní – dojde pouze k částečnému znehodnocení tělesa nemajícímu vliv na jeho funkci a spolehlivost, případně lze toto znehodnocení odstranit
 - nedestruktivní
- podle principu:

1. mechanické metody

Patří do kategorie destruktivních nebo polodestruktivních metod, kdy dochází mechanickým zásahem k porušení původní rovnováhy zbytkových napětí a k jejich částečnému uvolnění. Lze jimi určit pouze makroskopická zbytková napětí. Obecně se jejich provedení skládá ze tří kroků:

- odstraněním části materiálu tělesa nebo jeho rozdělením na více částí se v něm vytvoří nový stav zbytkové napjatosti,
- změří se deformace nebo délková přetvoření (nejčastěji odporovými tenzometry) odpovídající této změně napjatosti,
- vyhodnotí se velikosti a směry hlavních zbytkových napětí (na základě analytických metod, metodou konečných prvků nebo experimentálně – kalibrací).

Lze sem zařadit celou řadu metod lišících se svou vhodností pro určování zbytkových napětí v tělesech různých tvarů – rotačních, charakteru desek, hranolů, ve válcovaných polotovarech nebo i v tělesech obecných tvarů. Mezi nejvýznamnější patří

- odvrtávací metoda (vyvrtání otvoru),
- metoda uvolnění sloupku (vyfrézováním prstence dojde k uvolnění jádra ve tvaru sloupku)

- metody odstraňování povrchové vrstvy materiálu,
 - dělicí metody;
2. fyzikální metody patří do kategorie nedestruktivních metod; jsou založeny na vztahu mezi fyzikálními nebo krystalografickými parametry a zbytkovým napětím. Patří sem především:
- difrakční metody (rtg. difrakce, neutronová difrakce) jsou založeny na měření mřížkových deformací polykrystalických materiálů. Jsou schopny detekovat zbytková napětí všech tří druhů (tj. σ^I , σ^{II} , σ^{III}), přičemž metoda rtg. difrakce pouze na povrchu, zatímco neutronová difrakce v objemu tělesa;
 - ultrazvukové metody jsou založeny na změně rychlosti šíření ultrazvukových vln tělesem v závislosti na jeho napjatosti. Jsou citlivé na všechny tři druhy zbytkových napětí, nedokáží však mezi nimi rozlišovat;
 - magnetické metody (magnetostrikční metoda, metody využívající Barkhausenův šum) jsou použitelné pouze pro feromagnetické materiály. Stejně jako předchozí skupina metod jsou citlivé na všechny tři druhy zbytkových napětí bez možnosti jejich rozlišení;
 - metoda měření mikrotvrdosti;
3. chemické metody využívají změn vyvolaných chemickými procesy jako jsou:
- koroze pod napětím,
 - difuze vodíku do povrchové vrstvy;
- podle charakteru napjatosti, který jsou schopny detekovat, rozlišujeme metody pro stanovení napjatosti
 - na povrchu tělesa a to buď pouze jednoosé nebo dvouosé (rovinné),
 - v jistém objemu tělesa – tedy stanovení napjatosti trojosé (prostorové).

6.2 Mechanické metody

6.2.1 Odvrtávací metoda

6.2.1.1 Úvod

Odvrtávací metoda – jak vyplývá z jejího názvu – je založena na vyvrtání otvoru malého průměru (obvykle 1 až 4 mm) do hloubky odpovídající přibližně průměru otvoru. Tím dojde k přerozdělení (částečnému uvolnění) zbytkových napětí – změří se příslušné deformace na povrchu tělesa a na základě teoreticky nebo experimentálně zjištěných kalibračních koeficientů se určí velikosti a směry hlavních zbytkových napětí. Vzhledem k její důležitosti jí bude zde věnována větší pozornost.

Tato metoda se někdy označuje jako Matharova metoda v souladu se jménem autora, který ji v roce 1934 poprvé publikoval. Pro měření deformací v oblasti kolem otvoru použil Mathar mechanický průtahoměr. K výraznému zdokonalení této metody došlo v roce 1950 (Soete a Vancrombrugge) použitím odporových tenzometrů. Rozšíření aplikačních možností na vyšetřování nehomogenních zbytkových napětí s hloubkou pod povrchem přispěl v roce 1956 Kelsey; ten také uvažoval vrtání slepého otvoru – na rozdíl od předchozích prací, kdy byl vždy uvažován průchozí otvor v tělese charakteru stěny. Na základě dalšího rozpracování Rendlerem a Vignessem v roce 1966 byla zařazena do souboru norem ASTM pod označením E 837 s definovanými rozměry tenzometrické růžice. Po teoretické stránce došlo k významnému pokroku v roce 1981, kdy Schajer poprvé publikoval velikosti kalibračních koeficientů získaných metodou konečných prvků, umožňujících vyhodnocování zbytkových

napětí měnicích se s hloubkou pod povrchem; navázal na to svými dalšími – často citovanými pracemi – v roce 1988 a později.

Postup při použití této metody je následující:

- do místa, v němž je požadováno vyšetření zbytkové napjatosti, se nainstaluje speciální tenzometrická růžice a připojí se k tenzometrické aparatuře,
- nad růžici se upevní vrtací přípravek nebo vrtací zařízení umožňující vrtání (někdy spíše frézování) otvoru válcového tvaru ve středu tenzometrické růžice – to vše s maximálními nároky na minimální úchytky tvaru a polohy (vrtání ruční vrtačkou je přijatelné pouze u větších otvorů – průměru cca 6 mm – a měřeních bez větších požadavků na přesnost),
- provede se tzv. nulové čtení,
- postupně v jednotlivých krocích se zvětšuje hloubka vrtaného otvoru s průběžným odečítáním údajů jednotlivých tenzometrů v růžici,
- vhodným softwarem se vyhodnotí velikosti a směry hlavních napětí a redukovaná napětí a to v jednotlivých hloubkách pod povrchem.

Z uvedeného je zřejmé, že tato metoda může být běžně používána na pracovištích způsobilých pro provádění tenzometrických měření. Porušení povrchu není obvykle velké (podle průměru otvoru) a lze je odstranit např. broušením.

Využití metody je založeno na následujících předpokladech:

- v oblasti tenzometrické růžice je na povrchu homogenní rovinná zbytková napjatost,
- hlavní zbytkové napětí kolmé k povrchu je ve všech hloubkách nulové; z hlediska teorie pružnosti se tedy jedná o těleso typu stěny,
- jak před, tak i po vyvrtání otvoru, je v tělese lineárně elastická napjatost,

Další úvahy budou předloženy později a to samostatně pro případy homogenní a nehomogenní zbytkové napjatosti po tloušťce tělesa.

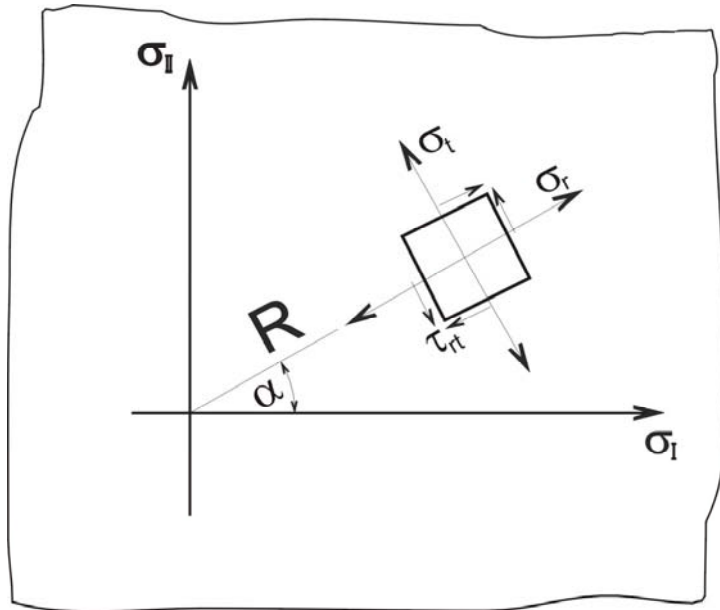
6.2.1.2 Homogenní napjatost po tloušťce

6.2.1.2.1 Základní vztahy

V tomto případě je uvažováno, že je:

- neměnná velikost a směry hlavních zbytkových napětí v jednotlivých hloubkách pod povrchem,
- vrtán průchozí otvor.

V souladu s obr. 6.2 tedy ve stěně působí hlavní zbytková napětí σ_I , σ_{II} . Po zavedení hlavního souřadnicového systému pak na elementárním prvku ve vzdálenosti R od počátku působí napětí σ_r , σ_t , τ_{rt} . Po vyvrtání průchozího otvoru (jehož průměr bývá v rozmezí $(0,3 - 0,5) \cdot D_m$) v počátku souřadnicového systému dosáhnou tato napětí hodnot σ_r' , σ_t' , τ_{rt}'



obr. 6.2

(k jejich určení je možno užít vztahů, které odvodil v r. 1898 G. Kirsch). Došlo tedy ke změnám těchto napětí o velikostech

$$\Delta\sigma_r = \sigma_r' - \sigma_r \quad (6.1a)$$

$$\Delta\sigma_t = \sigma_t' - \sigma_t \quad (6.1b)$$

$$\Delta\tau_{rt} = \tau_{rt}' - \tau_{rt} \quad (6.1c)$$

kteří jsou doprovázeny změnami délkových přetvoření

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E}(\Delta\sigma_r - \mu\Delta\sigma_t) \quad (6.2a)$$

$$\varepsilon_t = \frac{1}{E}(\Delta\sigma_t - \mu\Delta\sigma_r) \quad (6.2b)$$

(Tato přetvoření jsou poměrně malá – odpovídají cca 25 – 40 % působících zbytkových napětí.)

Po dosazení do shora uvedených rovnic dostaneme po úpravě velikosti délkových přetvoření, která mohou být indikována odporovými tenzometry:

$$\varepsilon_r = \sigma_I(A + B.\cos 2\alpha) + \sigma_{II}(A - B.\cos 2\alpha) \quad (6.3a)$$

$$\varepsilon_t = \sigma_I(-A + C.\cos 2\alpha) + \sigma_{II}(-A - C.\cos 2\alpha) \quad (6.3b)$$

kde vystupují kalibrační koeficienty

$$A = -\frac{(1 + \mu)}{2E} \cdot \frac{1}{r^2} \quad (6.4a)$$

$$B = -\frac{(1+\mu)}{2E} \cdot \left[\frac{4}{(1+\mu)} \cdot \frac{1}{r^2} - \frac{3}{r^4} \right] \quad (6.4b)$$

$$C = -\frac{(1+\mu)}{E} \cdot \left[-\left(\frac{4\mu}{1+\mu} \right) \cdot \frac{1}{r^2} + \frac{3}{r^4} \right] \quad (6.4c)$$

přičemž r je bezrozměrný parametr

$$r = \frac{R}{R_0} = \frac{R}{D_0/2} \quad (6.5)$$

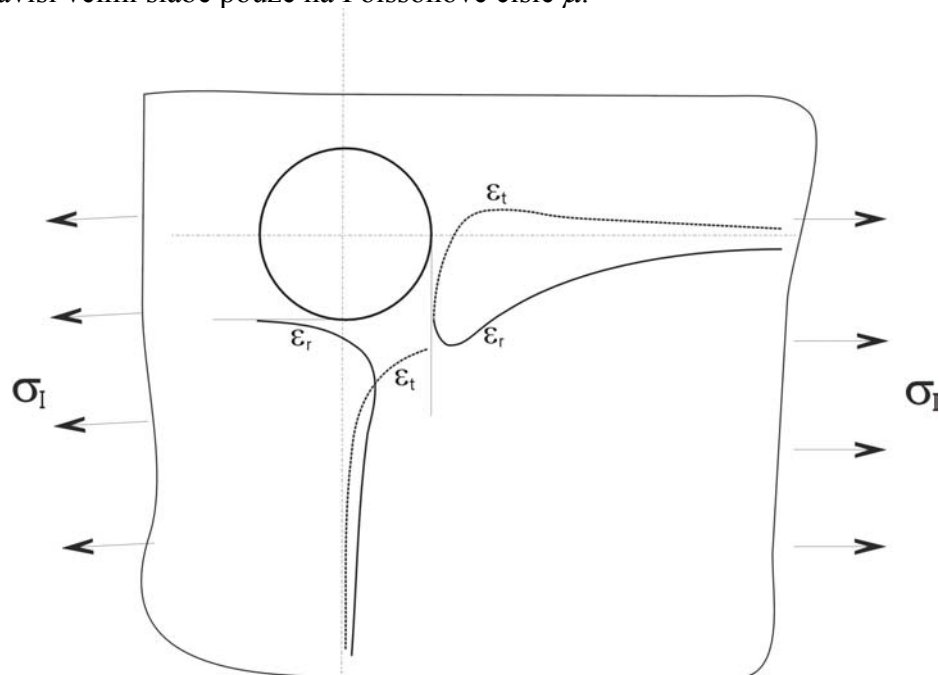
Z obr. 6.3 (jednoosá napjatost, kdy $\sigma_{II} = 0$) je zřejmé, jak výrazně klesá velikost radiálního přetvoření ε_r se vzdáleností od hrany otvoru. Přetvoření ε_t je podstatně menší než ε_r a není proto pro měření vhodné.

Uvedené koeficienty A, B je možno nahradit koeficienty a, b definovanými vztahy

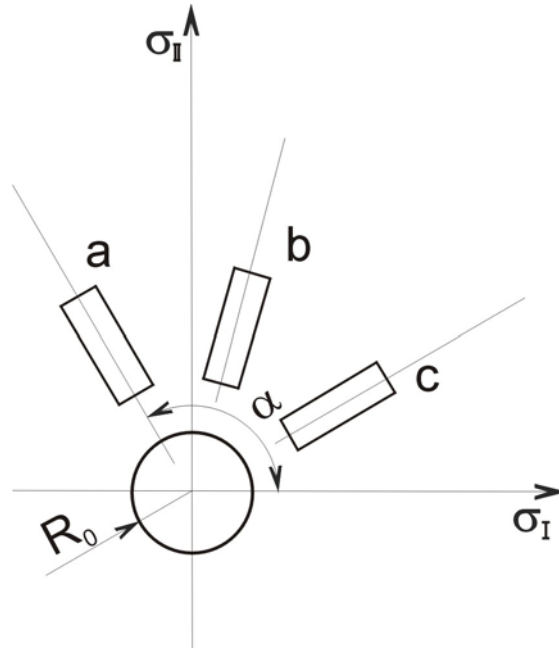
$$a = \frac{2EA}{1+\mu} = -\frac{l}{r^2} \quad (6.6a)$$

$$b = 2EB = \frac{3}{r^4}(1+\mu) - \frac{4}{r^2} \quad (6.6b)$$

Z toho je zřejmé, že koeficient a vůbec nezávisí na materiálových konstantách, koeficient b závisí velmi slabě pouze na Poissonově čísle μ .



obr. 6.3



obr. 6.4

Při použití tenzometrické růžice – např. $0^0 / 45^0 / 90^0$ – pak pro radiální délková přetvoření udávaná jednotlivými mřížkami platí (viz též obr. 6.4)

$$\varepsilon_a = A(\sigma_I + \sigma_{II}) + B(\sigma_I - \sigma_{II}) \cdot \cos 2\alpha \quad (6.7a)$$

$$\varepsilon_b = A(\sigma_I + \sigma_{II}) + B(\sigma_I - \sigma_{II}) \cdot \cos(2\alpha - 90^\circ) \quad (6.7b)$$

$$\varepsilon_c = A(\sigma_I + \sigma_{II}) + B(\sigma_I - \sigma_{II}) \cdot \cos(2\alpha - 180^\circ) \quad (6.7c)$$

Řešením dostaneme (jak je zřejmé též z obr. 6.5)

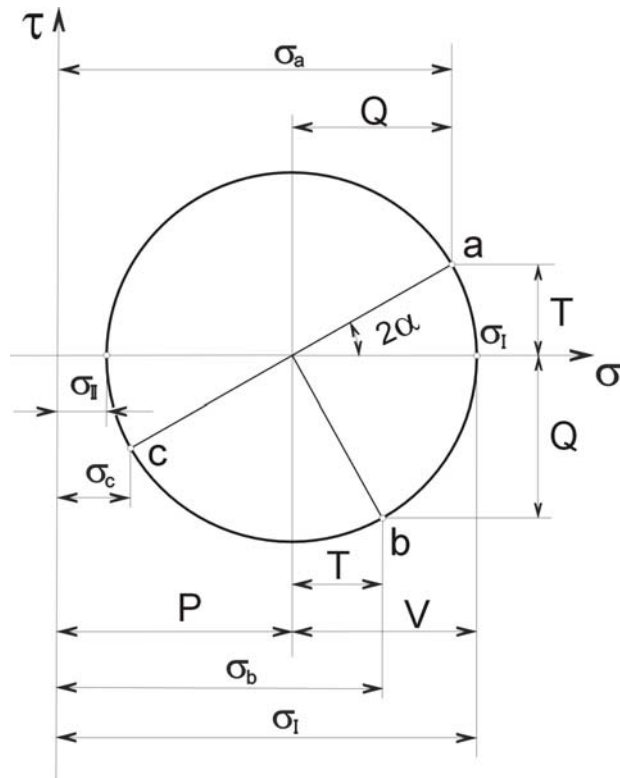
$$\sigma_{I,II} = \frac{(\varepsilon_a + \varepsilon_c)}{4A} \mp \frac{1}{4B} \sqrt{(\varepsilon_c - \varepsilon_a)^2 + (\varepsilon_a + \varepsilon_c - 2\varepsilon_b)^2} \quad (6.8)$$

Po zavedení

$$p = \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_c}{2} \quad (6.9a)$$

$$q = \frac{\varepsilon_c - \varepsilon_a}{2} \quad (6.9b)$$

$$t = \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_c - 2\varepsilon_b}{2} \quad (6.9c)$$



obr. 6.5

$$P = \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_c}{4A} = \frac{\sigma_I + \sigma_{II}}{2} = \frac{p}{2A} = \frac{E}{(1 + \mu)} \cdot \frac{p}{a} \quad (6.10a)$$

$$Q = \frac{\varepsilon_c - \varepsilon_a}{4B} = \frac{(\sigma_I - \sigma_{II})}{2} \cdot \cos 2\alpha = V \cdot \cos 2\alpha = \frac{q}{2B} = E \cdot \frac{q}{b} \quad (6.10b)$$

$$T = \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_c - 2\varepsilon_b}{4B} = \frac{t}{2B} = E \cdot \frac{t}{b} \quad (6.10c)$$

$$V = +\sqrt{Q^2 + T^2} = \frac{\sigma_I - \sigma_{II}}{2} \quad (6.10d)$$

je též možno vyjádřit

$$\sigma_{I,II} = P \pm \sqrt{Q^2 + T^2} = P \pm V \quad (6.11a)$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{T}{Q} = \frac{t}{q} \quad (6.11b)$$

Uvedené vztahy jsou poměrně jednoduché a názorné, vztahují se však k poměrům:

- ve stěně s průchozím otvorem,
- v bodě na povrchu tělesa (ve vzdálenosti R_m – uprostřed mřížky tenzometru); nerespektují tedy skutečnost, že údaj odporového tenzometru závisí na integrální hodnotě délkového přetvoření získané na ploše mřížky tenzometru (v závislosti na její délce a šířce). Příslušné výrazy lze nalézt v odborné literatuře i v normě ASTM E 837.

6.2.1.2.2 *Určení kalibračních koeficientů pro slepý otvor*

Zřídka mají vyšetřovaná tělesa charakter stěny s vyvrtaným průchozím otvorem. Kalibrační koeficienty respektující vliv konečné hloubky otvoru a rozměrů mřížky tenzometru je možno zjistit experimentálně nebo numericky (pomocí MKP).

K experimentálnímu způsobu je třeba mít plochý zkušební vzorek vhodně upravený pro uchycení v trhacím stroji tak, aby v něm bylo možno realizovat napjatost odpovídající prostému tahu (což není jednoduchá záležitost). Jeho rozměry musí zaručit vyloučení možných okrajových efektů: šířka vzorku by měla proto být minimálně rovna $5.D_0$, tloušťka pak minimálně $2.D_0$, délka minimálně pětinašobek šířky. Důležitým požadavkem také je, aby ve vzorku nebyla žádná zbytková napjatost. Zkoušky je nutno uskutečnit pro každý druh materiálu, typ tenzometrické růžice a průměr otvoru. Maximální zatížení je nutno stanovit tak, aby nominální napětí ve vzorku nepřekročilo $1/3$ meze kluzu (nebezpečí vzniku plastických deformací na hraně otvoru). V zásadě jsou možné dva postupy:

1. vrtat přímo na plnou hloubku otvoru rovnou cca $0,4 D_m$ (tento jednodušší postup doporučuje např. ASTM E 837),
2. vrtat postupně v jednotlivých krocích. Pro každý přírůstek hloubky otvoru se vzorek postupně zatěžuje až na maximální zatížení s průběžným odečítáním údajů tenzometrů. Takto získané kalibrační koeficienty lze využít i pro stanovení nehomogenních zbytkových napětí dále uvedenými metodami.

Experimentální postup umožňuje rovněž vyloučení vlivu původních (nevyžíhaných) zbytkových napětí ve vzorku i napětí vnesených při vrtání otvoru.

V současné době je dávana přednost stanovení těchto kalibračních koeficientů metodou konečných prvků. Takto byly např. též získány kalibrační koeficienty uváděné v normě ASTM E 837. Výhodou je, že takto stanovené kalibrační koeficienty je možno prezentovat v závislosti na bezrozměrných parametrech D_0 / D_m , z / D_m .

6.2.1.3 *Nehomogenní napjatost po tloušťce*

V reálných tělesech se zřídka vyskytuje zbytkové napětí homogenní po tloušťce. Pro stanovení nehomogenní zbytkové napjatosti po tloušťce je nutno vrtat otvor, jehož hloubka se zvětšuje v jednotlivých krocích. Pro vyhodnocení je nejčastěji uváděno následujících pět metod: 1. metoda přírůstků deformace (Incremental Strain Method), 2. metoda ekvivalentního homogenního napětí, 3. metoda průměrného napětí (Average Stress Method), 4. integrální metoda (Integral Method), 5. metoda mocninné řady (Power Series Method). Prvé tři metody jsou založeny na využití experimentálně zjištěných kalibračních koeficientů; poslední dvojice metod vyžaduje kalibrační koeficienty získané numerickými metodami (např. metodou konečných prvků).

ad 1. Metoda přírůstků deformace (Kelsey)

Metoda je založena na předpokladu, že přírůstek deformací, změřený na povrchu tělesa v průběhu jednoho kroku přírůstku hloubky otvoru, závisí pouze na střední velikosti zbytkového napětí v rozmezí tohoto přírůstku hloubky. Není tedy brána v úvahu skutečnost, že na velikost uvolněné deformace mají též vliv zbytková napětí působící v rozmezí předchozích kroků a to v důsledku pouhého zvětšení hloubky otvoru. Tuto metodu je možno charakterizovat jako jisté zjednodušení integrální metody. Její chyba narůstá se zvětšující se hloubkou otvoru.

ad 2. metoda ekvivalentních homogenních napětí (Vishay TN-503)

Ekvivalentním homogenním napětím se zde rozumí napětí, které je homogenní po dané hloubce otvoru a způsobí na povrchu po odvrtání uvolnění deformací stejné velikosti jako by způsobilo skutečné nehomogenní napětí. Tato ekvivalentní napětí tedy poskytují nanejvýš jistou kvalitativní představu o proměnlivosti zbytkové napjatosti v hloubce pod povrchem. Pro typické tenzometrické růžice jsou publikovány potřebné kalibrační koeficienty (získané však nikoliv experimentálně, ale – přesněji - na základě výpočtů MKP).

Přibližnost této metody souvisí s použitým předpokladem, že napětí v jednotlivých hloubkách pod povrchem mají stejnou měrou vliv na velikost uvolněné deformace na povrchu; ve skutečnosti však příspěvek napětí ve vrstvách blízko povrchu je podstatně větší.

ad 3. Metoda průměrného napětí (Nickola)

Je založena na využití ekvivalentních homogenních napětí σ_z a $\sigma_{z+\Delta z}$ určených pro dané hloubky otvoru z nebo $z + \Delta z$; dále se předpokládá platnost relace

$$\sigma_{z+\Delta z} \cdot (z + \Delta z) = \sigma_z \cdot z + \sigma_{\Delta z} \cdot \Delta z \quad (6.12)$$

Z tohoto vztahu se pak určí průměrné zbytkové napětí $\sigma_{\Delta z}$ působící v rozmezí přírůstku hloubky Δz .

ad 4. Integrální metoda (Bijak-Zochowski)

Podstata a název této metody jsou založeny na úvaze, že deformace naměřená na povrchu v důsledku odvrtání otvoru s celkovou hloubkou z je integrální hodnotou infinitesimálních deformací od zbytkových napětí působících v hloubkách Z , kde $0 \leq Z \leq z$. Takže např. pro deformaci $p = (\varepsilon_a + \varepsilon_c)/2$ platí

$$p(z) = \frac{(1 + \mu)}{E} \cdot \int_0^z a(z, Z) \cdot P(Z) \cdot dZ \quad (6.13)$$

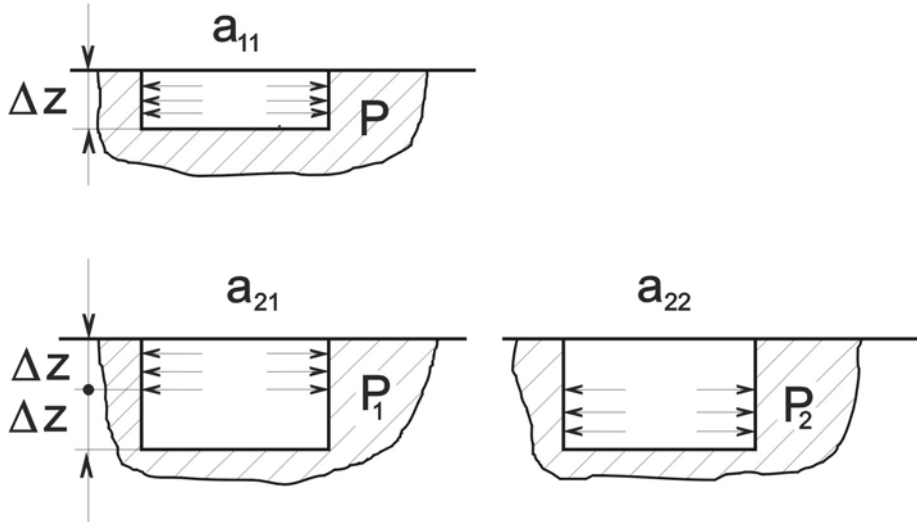
Při uplatnění konečných přírůstků hloubky otvoru Δz (obr. 6.6) pak dostaneme:

- po odvrtání 1. přírůstku

$$p_1 = \frac{(1 + \mu)}{E} \cdot a_{11} \cdot P_1 \quad (6.14)$$

- po odvrtání 2 přírůstků

$$p_2 = \frac{(1 + \mu)}{E} \cdot (a_{21} \cdot P_1 + a_{22} \cdot P_2) \quad (6.15)$$



obr. 6.6

Poznámka: pro případ homogenní napjatosti po hloubce pod povrchem, kdy $P_1 = P_2$, dostaneme, že $a_{21} \neq a_{22} \neq a_{11}$. To opodstatňuje dříve uvedená tvrzení, že stejné napětí působící v různých hloubkách se projeví různou měrou na velikosti uvolněné deformace a že zvětšení hloubky otvoru o přírůstek v němž nepůsobí napětí (např. $P_2 = 0$) se rovněž projeví změnou deformace na povrchu.

Obecně lze tedy psát

$$p_i = \frac{(1 + \mu)}{E} \cdot \sum_{j=1}^{j=i} a_{ij} P_j \quad (6.16)$$

kde a_{ij} znamená kalibrační koeficient pro i -tou hloubku otvoru a zbytkovou napjatost působící v j -té hloubce.

Obdobné vztahy lze psát pro deformaci q při určování kalibračních koeficientů b_{ij} .

Je zřejmé, že tyto kalibrační koeficienty není možno určovat experimentálně; dnes se k tomu používá metoda konečných prvků. Při znalosti těchto koeficientů a velikostí deformací p_i , q_i po odvrtání jednotlivých přírůstků hloubek otvoru, lze (pomocí shora uvedených vztahů) postupně stanovit napětí P_j , Q_j , a T_j a z nich plynoucí hlavní napětí (což jsou střední napětí v rozsahu j -tého přírůstku hloubky) a směry hlavních napětí.

Praktické využití této metody je možné v rozmezí hloubek otvoru do cca $(0,3 - 0,4)R_m$. Tato metoda je z uvedených metod považována za nejužitečnější.

5. metoda mocninné řady (Schajer)

Je vhodná pro případy, kdy změna zbytkových napětí s hloubkou pod povrchem není velká a kdy se na tomto průběhu nevyskytují náhlé změny.

Obecně by bylo možno vyjádřit velikost napětí v libovolné hloubce z pod povrchem pomocí mocninné řady; tak např. pro napětí P by platilo

$$P(z) = {}^0P + {}^1P \cdot z + {}^2P \cdot z^2 + \dots \quad (6.17)$$

(Obdobně by bylo možno vyjádřit napětí Q a T .)

Z praktických důvodů se však používají pouze první dva členy – což ovšem umožňuje vyjádřit pouze lineární změnu napětí s hloubkou.

Metodou konečných prvků je pak možno získat kalibrační koeficienty ${}^0a(z)$, ${}^1a(z)$ související s uvolněnými složkami deformací v důsledku vyvrtání otvoru obecné hloubky .

Velikosti složek napětí ${}^0P(z)$, ${}^1P(z)$ se pak pro konkrétní případ určí pro každou hloubku metodou nejmenších čtverců z deformací $p(z)$ a uvedených kalibračních koeficientů. (Obdobně tomu je pro napětí Q a T s deformacemi q a t .) Na rozdíl od všech předchozích metod, které poskytují stupňovitý průběh změny zbytkových napětí s hloubkou pod povrchem, prezentuje metoda mocninné řady tento průběh jako hladký.

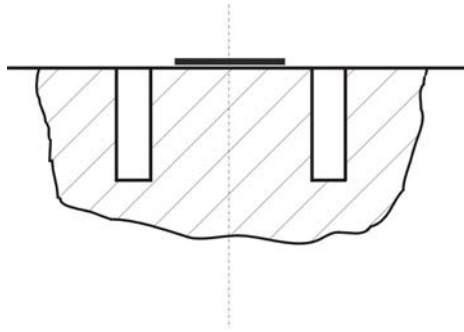
6.2.1.4 Zhodnocení odvrtávací metody

Při kvantifikaci nejistot této metody je nutno brát v úvahu řadu faktorů:

- v první řadě to je otázka vnesení dodatečných napětí (a s tím souvisejících uvolněných deformací) při odvrtávání otvoru. Jejich velikost závisí na použité technologii a nástroji. Hovoříme sice o odvrtávání, avšak použitým nástrojem je často stopková čelní fréza, poskytující velmi dobré výsledky. Nemají-li být výsledky měření příliš zkresleny, neměly by deformace související s vneseným napětím být větší než cca 5 $\mu\text{m}/\text{m}$;
- dalším zdrojem nejistot je vliv excentricity, kdy osa otvoru není totožná se středem tenzometrické růžice. Moderní soupravy umožňují pomocí měřicího mikroskopu změřit tuto excentricitu a příslušný software zajistí korekci vyhodnocovaných napětí;
- z podstaty metody plyne její předpoklad o homogenním poli napětí po povrchu tělesa – minimálně však v oblasti zahrnující nalepenou tenzometrickou růžici. V řadě případů – např. při vyšetřování zbytkových napětí v blízkosti svarových spojů – však není tento předpoklad splněn. Možným řešením je potom použití speciálních růžic s více tenzometry a formulace předpokladů o charakteru pole napětí – např. lineárně se měnící;
- vystižení proměnlivosti napětí s hloubkou pod povrchem vyžaduje odvrtávání otvoru s poměrně malými přírůstky hloubky; při velkých gradientech se doporučuje je volit o velikosti cca 0,05 – 0,1 mm;
- skutečností, často omezující praktickou použitelnost této metody, je vznik plastických deformací v okolí otvoru při jeho odvrtávání. V závislosti na vzájemném poměru obou hlavních zbytkových napětí to nastává při cca 0,3 – 0,5 meze kluzu. Výsledky získané na základě shora popsané elastické analýzy jsou potom nepoužitelné. Byly však navrženy jisté metody umožňující i v těchto případech korigovat naměřené výsledky.

6.2.2 Metoda sloupku

Je to druhá nejčastěji používaná metoda pro měření zbytkových napětí. Na rozdíl od předchozí metody, je při ní uvolňován sloupek materiálu o průměru 15 – 150 mm a to drážkou o hloubce $(0,25 \div 1,5)$ průměru sloupku. Uvolněné deformace sloupku jsou dnes výhradně měřeny odporovými tenzometry (obr. 6.7).



obr. 6.7

Tuto metodu je možno řadit do skupiny polodestruktivních metod -i když v některých případech může být narušení povrchu tělesa již značné. S ohledem na tuto skutečnost je vhodná k použití především na rozměrných tělesech. Je poměrně rychlá a vhodná pro použití v technické praxi. Těmito přednostmi vyniká nad destruktivní metody, kdy dochází k odstraňování vrstev materiálu tělesa nebo k jeho úplnému zničení.

V porovnání s odvrtávací metodou je tato metoda citlivější: při homogenní napjatosti a vyfrézování drážky na plnou hloubku je prakticky možno na čele sloupku měřené uvolněné deformace použít přímo pro stanovení zbytkových napětí pomocí konstitutivních vztahů (bez nutnosti nějakých kalibračních koeficientů). Rovněž jsou zde podstatně menší nároky na dodržení přesnosti rozměrů a tvaru uvolněného sloupku. Předpoklad homogenní napjatosti po povrchu zde ovšem zahrnuje podstatně větší oblast než u odvrtávací metody.

Tuto metodu lze – stejně jako předchozí odvrtávací metodu – použít i pro vyšetřování zbytkové napjatosti proměnné s hloubkou pod povrchem. Pak je ovšem třeba k tomuto účelu vyšetřit potřebné kalibrační koeficienty (experimentálně nebo metodou konečných prvků). Speciální frézovací přípravek pak umožňuje stálé elektrické připojení tenzometrů a to i v průběhu frézování drážky.

Metodu sloupku publikoval poprvé v r. 1951 Milbradt (ten však vrtal nejdříve otvor uprostřed tenzometrické růžice, který pak sloužil jako vedení při frézování drážky); v r. 1953 ji dále rozvinul Gunnert. Oba měřili deformace ještě mechanickými průtahoměry; odporové tenzometry se zde začaly používat až později.

6.2.3 Metody odstraňování vrstvy materiálu

Při postupném odstraňování povrchové vrstvy materiálu tělesa se zbytkovou napjatostí dochází k porušení podmínky rovnováhy vnitřních sil. Důsledkem této skutečnosti je pak deformace tělesa – např. jeho průhyb. Typickým tvarem tělesa vyšetřovaným těmito metodami je prutové těleso; možným je i těleso typu deska.

Další úvahy vedoucí k určení zbytkové napjatosti vycházejí z následujících předpokladů:

- materiál tělesa je homogenní a izotropní,
- osy tělesa jsou totožné se směry hlavních napětí,
- napětí ve směru kolmém k odstraňované vrstvě je nulové nebo nepodstatné co do své velikosti,

- u prutových těles je napětí v příčném směru k podélné ose považováno rovněž za nepodstatné; je tedy potom bráno v úvahu pouze hlavní napětí ve směru podélné osy tělesa.

V rozmezí tloušťky každé odebrané vrstvy je určována střední hodnota zbytkového napětí. Vzhledem k možným vysokým gradientům napětí musí být potom tloušťky odebíraných vrstev dostatečně malé (třeba i řádově pouhé 0,01 mm). Pro odstraňování tak malých tlouštěk není vhodné strojní obrábění, neboť jsou při něm vnášena dodatečná napětí do hloubek větších než 0,1 mm. Přednost proto bývá dávana chemickým nebo elektrochemickým metodám opracování povrchu.

6.2.4 Dělicí metody

Tyto metody patří k nejznámějším – nejstarší z nich pochází z roku 1911, kdy bylo v prutech vyšetřováno osově zbytkové napětí ze změny jeho délky při postupném zmenšování jeho vnějšího průměru. Proslulé jsou Sachsovy práce zabývající se zjišťováním zbytkových napětí ve válcových tělesech na základě měření deformací buď po postupném soustružení vnějšího povrchu nebo po vyvrtávání otvoru postupně se zvětšujícího průměru. V průběhu uplynulých desetiletí se objevilo značné množství návrhů na rozmanité způsoby rozdělování tělesa na několik částí, vyřezávání jeho částí rozličných tvarů nebo vytvářením různě uspořádaných drážek.

Do této skupiny je možno zařadit i metody pro vyšetřování prostorových zbytkových napětí po svařování tlustostěnných těles, které byly rozpracovány v podniku Škoda Plzeň (Ing. Kupka) a VÚZ Bratislava (Ing. Jesenský). Jejich podstatou je vytvoření tvarované kostry z epoxidové pryskyřice na níž jsou potom nalepeny odporové tenzometry ve třech k sobě kolmých směrech. Tento celek je potom zalit epoxidem do otvoru vyvrtaného ve vyšetřovaném místě tělesa. Následně měří se deformace vznikající uvolněním válečku materiálu (vrtáním korunovým vrtákem nebo vyjiskřením) obsahujícího zmíněnou kostru s tenzometry.

Podstata vyhodnocení průběhů velikostí zbytkových napětí zde vychází z relaxační metody: na základě změření uvolněných deformací je určeno zbytkové napětí, které působilo na nově vytvořený povrch před jeho vznikem. Využívá se k tomu buď analytických metod řešení napjatosti a deformace speciálních typů těles (prut, deska, válec) , nebo – nověji – i metoda konečných prvků, která poskytuje výstižnější výsledky.

Pozornosti si též zaslouží novější metody vyhodnocování založené na využití tzv. inherentní deformace (Ueda a Fukuda). Uvedení autoři tím rozumějí deformaci, která byla příčinou vzniku zbytkových napětí. Tuto inherentní deformaci je možno určit na základě známých elastických deformací na povrchu tělesa. Zbytková napjatost se pak určí elastickým řešením tělesa s vloženými inherentními deformacemi. (Podrobnější popis základní metody a jejich variant překračuje rámec tohoto textu.)

6.3 Rentgenografická difrakční metoda

6.3.1 Úvod

Difrakční analýza zbytkových napětí patří bezesporu k metodám nejperspektivnějším, i když zdaleka ne k nejsnadnějším z hlediska provedení experimentu a interpretace výsledků měření. Princip metody spočívá v určení mřížkových deformací a jejich přepočtu na napětí pomocí vztahů lineární teorie elasticity.

Problematika rentgenografického měření nehomogenních napětí se stala aktuální teprve po r. 1970. Přispěla k tomu zejména automatizace difrakčních experimentů a vyhodnocování měření výkonnou výpočetní technikou. V současné době má tato nová aplikace rentgenografických metod dva hlavní směry perspektivního uplatnění:

- může zpřesnit dosavadní představy o mechanismu deformace povrchových vrstev kovových materiálů,
- ve společenské praxi lze očekávat její přínos ke zdokonalení kontroly jakosti průmyslové produkce.

6.3.2 Rozptyl rtg. paprsků atomy

Zasáhne-li svazek rtg. paprsků atom, působí elektrické pole svazku na každý z elektronů atomů a urychluje jej; elektron pak vykonává kmitavý pohyb. Každý elektrický náboj, který kmitá takovýmto způsobem, se stává zdrojem nového sledu elektromagnetických vln. Vlny vyzařované kmitajícími elektrony mají stejnou frekvenci a vlnovou délku jako dopadající svazek rtg. paprsků, který vyvolal kmitání. Každý elektron bere jistou malou část energie z dopadajícího svazku a vysílá ji všemi směry, „rozptyluje“ ji.

Superpozicí vln rozptýlených jednotlivými atomy vzniká difrakce. Vlny vyzařované od atomů krystalů se navzájem skládají tak, že se v jistých směrech od krystalu navzájem zesilují, v jiných směrech naopak vzájemně ruší; potom bude intenzita v každém směru záviset na tom, zda-li se hřebeny vln od jednotlivých atomů superponují nebo nikoliv, tj. zda-li jednotlivé vlny rozptýleného záření jsou nebo nejsou ve fázi.

Uvažujme soustavu rovnoběžných rovin v krystalu – např. A-A a B-B (obr. 6.8), na které dopadá svazek monochromatických rentgenových paprsků ve směru LM. Přímka LL_1 (kolmá ke směru šíření vln) představuje jeden z hřebenů vln postupujících ke krystalu. Když tento hřeben zasáhne při svém postupu jednotlivé atomy v krystalu, vznikne hřeben vlny rozptýleného záření. Jestliže hřebeny tohoto rozptýleného záření budou ležet na přímce N_1N_2 , dojde k zesílení rozptýleného záření ve směru MN. Sledujme nyní podmínky za nichž nastane toto zesílení. Dráha LMN, kterou postupuje paprsek rozptylovaný atomem v bodě M, bude v tomto případě rovna celistvému násobku vlnových délek záření. Jestliže paprsek rozptýlený atomem v bodě M_1 proběhne stejnou vzdálenost (tj. dráhy LMN a $L_1M_1N_1$ jsou stejné), budou paprsky rozptýlené oběma atomy ve fázi a budou se tedy navzájem zesilovat. Rovněž kterýkoliv jiný atom, ležící kdekoliv v rovině A-A bude také zesilovat svazek tohoto směru. Toto zesílení nastane, jestliže paprsky dopadajícího a rozptýleného záření svírají stejné úhly s atomovou rovinou. Je tedy možno považovat atomovou rovinu za zrcadlo, které odráží část rentgenových paprsků pod úhlem odrazu rovným úhlu dopadu.

Jak je to nyní se zesilováním vln odražených od atomů v dalších rovinách rovnoběžných s rovinou A-A – např. v rovině B-B? Opět musí být splněn požadavek, aby drahový rozdíl paprsků odražených těmito rovinami byl roven celistvému násobku vlnových délek. Musí být tedy dráha PM_2Q rovna vlnové délce nebo jejímu celistvému násobku. Protože

$$PM_2 = M_2Q = d \cdot \sin \vartheta \quad (6.18)$$

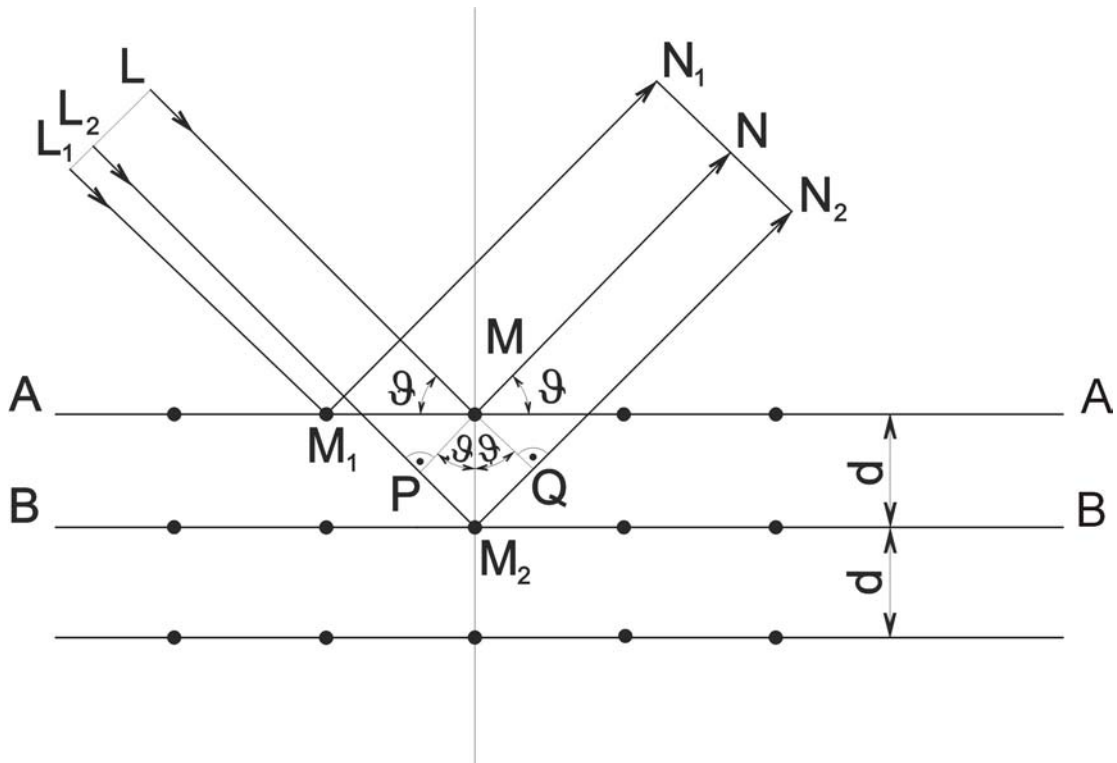
musí být (Braggův zákon)

$$PM_2Q = n\lambda = 2d \cdot \sin \vartheta \quad (6.19)$$

a tedy

$$\sin \vartheta = \frac{n\lambda}{2d} \quad (6.20)$$

kde d je vzájemná vzdálenost reflektujících rovin, λ je vlnová délka, n je řád odrazu.



obr. 6.8

Je tedy zřejmé, že směry difraktovaných svazků jsou určeny geometrií mřížky – orientací a vzájemnou vzdáleností atomových rovin.

Tak např. v kubické mřížce s hranou buňky a jsou mezirovinné vzdálenosti obecně

$$d_{hkl} = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}} \quad (6.21)$$

kde h, k, l jsou Millerovy indexy. K zesílení odražených paprsků potom dochází pod úhly splňujícími rovnici

$$\sin \vartheta_{hkl} = \frac{\lambda}{2a} \sqrt{h^2 + k^2 + l^2} \quad (6.22)$$

V některých případech může docházet též k překrývání reflexí od různých rovin – např. u kubické plošně centrované mřížky je $\sin \vartheta_{333} = \sin \vartheta_{115}$, u kubické prostorově centrované mřížky je $\sin \vartheta_{651} = \sin \vartheta_{732}$.

Uvažujme nyní situaci, kdy povrch tělesa je ozářen svazkem rentgenových paprsků na ploše velikosti řádově mm^2 , pronikajících též do jisté hloubky (do desítek μm). V příslušném objemu materiálu mají však jednotlivá zrna svoje atomové roviny chaoticky uspořádány vzhledem ke směru dopadajícího svazku. Přesto se zde najde dostatečný počet zrn u nichž sklon atomových rovin splňuje Braggův zákon (podobných paprsků je ovšem více –

pro měření se používají ty, kterým přísluší difrakční úhel ϑ blíží se 90^0); vzniklé difrakční kužele se zobrazí na filmu jako difrakční (Debye-Scherrerovy) kroužky. U ostatních zrn, nesplňujících Braggovu podmínku, dojde v důsledku fázových rozdílů vznikajících při reflexi, prakticky k úplnému vyhasnutí rozptýlených paprsků.

6.3.3 Základní vztahy

V mikroskopické oblasti je mřížková deformace definována jako poměrná změna meziatomové vzdálenosti

$$\varepsilon_{mř} = \frac{d - d_0}{d_0} = \frac{\Delta d}{d_0} \quad (6.23)$$

Změna mezirovinné vzdálenosti se projeví změnou Braggova úhlu – jak plyne z diferencování Braggovy rovnice

$$\Delta \vartheta = \vartheta - \vartheta_0 = -\frac{n\lambda}{2} \cdot \frac{\Delta d}{d_0^2} \cdot \frac{1}{\cos \vartheta} = -\frac{\Delta d}{d_0} \cdot \operatorname{tg} \vartheta = -\varepsilon_{mř} \cdot \operatorname{tg} \vartheta \quad (6.24)$$

Tedy deformace vyvolá změnu polohy difrakčních linií: tahová deformace zmenší difrakční úhel, tlaková jej zvětší. Takto zaznamenané deformace jsou ovšem deformacemi ve vhodně orientovaných ozářených zrnech (tedy nikoliv v celém ozářeném objemu) a to jejich středními hodnotami (zrna jsou různě elasticky deformovaná).

Poloha rovin u nichž sledujeme změnu jejich vzdálenosti (a tedy i směr v němž dochází k deformacím) je určena jednotkovým vektorem normály n_{hkl} (směrovými kosiny této normály) (obr. 6.9).

Potom

$$\varepsilon_{\varphi\psi}^{hkl} = \varepsilon_{\varphi\psi} = \varepsilon_{mř} = -\frac{\Delta \vartheta}{\operatorname{tg} \vartheta} \quad (6.25)$$

Nás zajímá rovinná napjatost na povrchu tělesa v souřadnicové soustavě x-y. Z elipsoidu deformace (jehož dvě hlavní osy leží v rovině povrchu tělesa) a konstitutivních vztahů dostaneme

$$\varepsilon_{\varphi\psi} = \frac{1}{2} \cdot s_2 \cdot \sigma_{\varphi} \cdot \sin^2 \psi + s_1 (\sigma_x + \sigma_y) \quad (6.26)$$

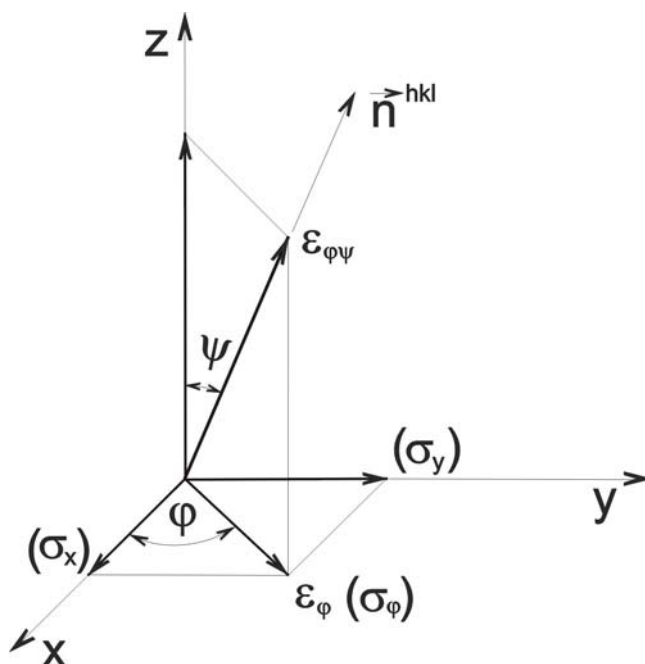
přičemž

$$\sigma_{\varphi} = \sigma_x \cdot \cos^2 \varphi + \sigma_y \cdot \sin^2 \varphi + \tau_{xy} \cdot \sin 2\varphi \quad (6.27)$$

kde vystupují Voigtovy elastické konstanty

$$s_1 = -\frac{\mu}{E} \quad (6.28a)$$

$$s_2 = 2 \cdot \frac{(1 + \mu)}{E} \quad (6.28b)$$



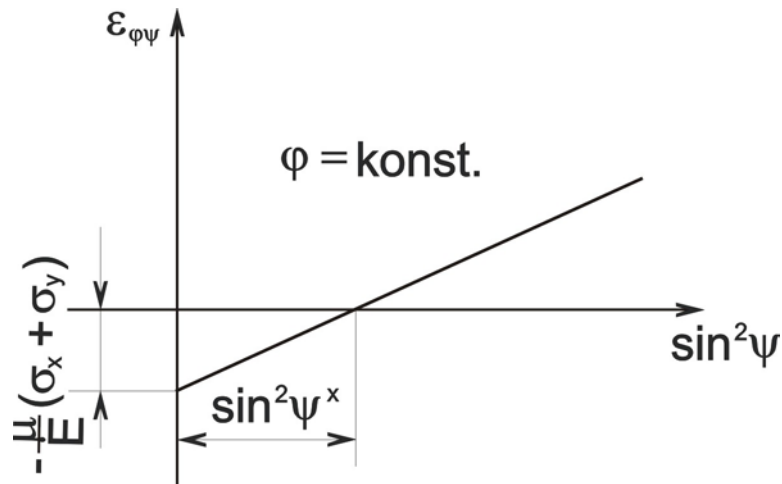
obr. 6.9

Tyto Voigtovy elastické konstanty je pro účely rentgenové tenzometrie vhodnější (s ohledem na elastickou anizotropii) vyšetřovat experimentálně než výpočtem z modulu pružnosti v tahu a Poissonova čísla.

Na základě těchto vztahů je možno formulovat následující závěry:

a) pro daný směr (tedy pro $\varphi = konst.$) je příslušná závislosti $\varepsilon_{\varphi\psi} - \sin^2\psi$ lineární se směrnicí (viz obr. 6.10)

$$k = \frac{\Delta\varepsilon_{\varphi\psi}}{\Delta(\sin^2\psi)} = \frac{1}{2} \cdot s_2 \cdot \sigma_{\varphi} \quad (6.29)$$



obr. 6.10

b) deformace $\varepsilon_{\varphi\psi}$ bude potom nulová pro $\psi = \psi^*$ plynoucí z podmínky

$$\sin^2 \psi^* = -\frac{s_1 \cdot (\sigma_x + \sigma_y)}{\frac{1}{2} s_2 \cdot \sigma_\varphi} = \frac{\mu}{(1 + \mu)} \cdot \frac{(\sigma_x + \sigma_y)}{\sigma_\varphi} \quad (6.30)$$

c) při kolmém ozáření, kdy $\psi = 0$ je

$$\varepsilon_{\varphi, \psi=0} = s_1 \cdot (\sigma_x + \sigma_y) = -\frac{\mu}{E} \cdot (\sigma_x + \sigma_y) = -\frac{\mu}{E} \cdot (\sigma_I + \sigma_{II}) \quad (6.31)$$

takže v tomto případě deformace $\varepsilon_{\varphi\psi}$ nezávisí na úhlu φ .

6.3.4 Metody měření zbytkových napětí

Předchozích závěrů je možno využít pro vysvětlení podstaty různých používaných metod měření zbytkových napětí, která jsou homogenní po tloušťce vyšetřované součásti. Uvedeme zde neznámější z nich.

Pro případ **homogenní** napjatosti jak po povrchu tak i s hloubkou pod povrchem to jsou:

1. metoda $\sin^2\psi$

Tato metoda byla rozpracována v letech 1957-61.

Ve zvoleném směru φ se určí pro několik úhlů ψ příslušné posuvy difrakčních linií Δg (a tedy odpovídající velikosti $\varepsilon_{\varphi\psi}$). Při existenci lineární závislosti $\varepsilon_{\varphi\psi} - \sin^2\psi$ se stanoví metodou nejmenších čtverců ze směrnice přímky velikost napětí σ_φ a následně pak součet

hlavních napětí $\sigma_I + \sigma_{II} = \sigma_x + \sigma_y$. Opakování tohoto postupu pro další směry – např. $\varphi + 45^\circ$, $\varphi + 90^\circ$ – umožní stanovit jak složky σ_x , σ_y , τ_{xy} , tak i velikosti a směry hlavních napětí.

2. klasické metody jsou vlastně zvláštními případy předchozí metody

a) metoda dvou expozic

Na rozdíl od metody $\sin^2 \psi$ se v tomto případě závislost $\varepsilon_{\varphi\psi} - \sin^2 \psi$ sestrojí na základě měření při dvou různých úhlech ψ . Z velikosti směrnice přímky pak plyne velikost napětí σ_φ . Při volbě $\psi = 0$ je možno též určit součet hlavních napětí.

b) metoda jedné expozice

Touto metodou se určí pouze napětí σ_φ a to z posuvu nespojitosti průběhu difrakčních linií.

c) metoda určení součtu hlavních napětí

Součet napětí $\sigma_I + \sigma_{II}$ dostaneme při kolmém ozáření ($\psi = 0$).

Nehomogenní napjatost s hloubkou pod povrchem je vyvolávána některými technologickými operacemi jako jsou např. broušení a frézování. Závislost $\varepsilon_{\varphi\psi} - \sin^2 \psi$ potom není lineární. Míra jejího zakřivení závisí na velikosti gradientu napětí po hloubce. Dnes existují metody umožňující určení nejen středních hodnot deformací (a tedy i odpovídajících středních napětí), ale případně též gradient napětí po tloušťce a napětí na povrchu. Klasickou difrakční techniku je možno použít v kombinaci s postupným odleptáváním tenkých povrchových vrstev.

Realizace metod měření zbytkové napjatosti je možná jednak na stacionárních zařízeních (pouze pro malé vzorky) nebo na mobilních (přenosných) zařízeních (vhodných pro průmyslové použití). Tato zařízení pracují buď na principu fotografické registrace záření nebo to jsou difraktometry s detektory umožňujícími určení difrakčního profilu.

6.3.5 Zhodnocení rentgenografické metody

Difrakční analýza zbytkových napětí patří bezesporu k metodám nejperspektivnějším, i když zdaleka ne k nejsnadnějším z hlediska provedení experimentu a interpretace výsledků měření.

Specifickými vlastnosti rentgenové difraktometrie jsou:

- informace o napjatosti v povrchové vrstvě materiálu tloušťky 1 – 10 μm ,
- možnost separace zbytkových napětí I. a II. druhu (zbytková napětí II. druhu se projeví rozšířením difrakčních linií),
- jsou detekovány pouze elastické deformace,
- nevýhodou je omezení pouze na krystalické materiály (ať již kovové nebo nekovové – např. keramické),
- přesnost a spolehlivost měření klesá s rostoucími rozměry zrn a jejich přednostní orientací ve vyšetřovaném tělese; chyby měření – podle konkrétních podmínek – se pohybují od jednotek až do stovek MPa,
- poměrně vysoké požadavky na přístrojové vybavení a odbornou úroveň pracovníků.

Znalost zbytkových napětí v povrchových vrstvách přispívá

- k věrohodnějšímu posouzení bezporuchovosti výrobků,
- k možnosti uplatnění takových technologií, které vytvářejí bariéry proti degradaci povrchových vrstev materiálu (především proti vzniku a růstu trhlin).

6.4 Magnetické metody

6.4.1 Úvod

Do této kategorie se řadí metody, které jsou založeny na zjišťování souvislostí mezi napjatostí a magnetickými vlastnostmi nebo projevy zaznamenávanými při magnetizaci. Již z tohoto vymezení vyplývá, že to jsou metody nedestruktivního charakteru, použitelné pouze při vyšetřování zbytkových napětí ve feromagnetických materiálech. Nabízejí tak možnosti jednoduchého a rychlého zjišťování zbytkových napětí v provozních podmínkách.

Je možno se setkat především s využíváním :

- a) Barkhausenova jevu,
- b) magnetostrikce – přesněji řečeno inverzního magnetostrikčního jevu.

Potřebné přístrojové vybavení je dostupné pro oba dva případy. Používání příslušných metod v praxi nemá však v současné době zdaleka ještě rutinní charakter. Na jejich zdokonalování se intenzivně pracuje.

6.4.2 Barkhausenův šum

Příčinou magnetizace látky je působení tzv. výměnných sil mezi sousedními atomy. Vlivem těchto sil nastává i bez vnějšího působení souhlasné uspořádání magnetických polí atomů v malé oblasti látky. Při této spontánní samovolné magnetizaci vznikají v látce zmagetované mikroskopické oblasti (o objemech velikosti řádu 10^{-3} až 10^1 mm³), tzv. Weissovy domény (magnetické domény). Jednotlivé domény jsou však orientovány nahodile, takže celkový magnetický moment je nulový. Působí-li nyní na těleso silnější magnetické pole, dochází v menších nebo větších objemech Weissových oblastí (10^{-6} až 10^{-5} mm³) k náhlým změnám směru magnetického momentu přesně do směru pole. Tento proces se projevuje Barkhausenovým efektem: v silném magnetickém poli přibývá magnetizace po malých skocích, nikoliv tedy spojitě. V důsledku toho se v cívice obklopující magnetovaný kov indukují proudové nárazy. Lze je pozorovat – po zesílení - akusticky jako tzv. Barkhausenův šum.

Barkhausenův šum má pro většinu materiálů frekvenční spektrum začínající na magnetizačním kmitočtu a končící přibližně na 250 kHz. Signál je exponenciálně tlumen v závislosti na vzdálenosti, kterou projde uvnitř materiálu. Primární příčinou tlumení jsou vířivé proudy indukované při šíření signálu vznikajícího pohybem domén. Útlum určuje hloubku, ze které lze ještě získat informaci (měřicí hloubku).

Hlavní faktory, které ovlivňují tuto hloubku, jsou:

- a) frekvenční rozsah generovaného signálu,
- b) vodivost a permeabilita zkoušeného materiálu.

Při běžných aplikacích se měřicí hloubka pohybuje od 0,01 do 3 mm.

Na intenzitu signálu Barkhausenova šumu mají vliv:

1. přítomnost a rozložení napětí, které ovlivňují cestu, po které se domény ubírají směrem ke snadné orientaci ve směru magnetizace. V důsledku toho u materiálů, jako jsou železo, většina ocelí, kobalt, tlakové napětí snižuje intenzitu Barkhausenova šumu, zatímco tahové napětí ji zvyšuje. Lze tedy měření intenzity Barkhausenova šumu použít ke stanovení zbytkových napětí. Z měření lze určit i směry hlavních napětí.
2. metalurgická struktura. Měření Barkhausenova šumu tedy poskytuje rovněž informaci o mikrostrukturním stavu materiálu. Lze tak detekovat nejen většinu běžných povrchových vad (jako je spálení po broušení, nezakalené hrany, plochy nebo oduhlíčené oblasti), ale i změny v mikrostruktuře v důsledku únavy nebo creepu.

K lepšímu řízení a vyhodnocování dosažených výsledků slouží PC, které také ovládá kalibrační polohovací zařízení.

Pro vlastní měření slouží řada speciálních i univerzálních snímačů. Všechny v sobě obsahují dva páry feromagnetických břitů. Jeden pár slouží k magnetizaci, druhý pro snímání odezvy. Snímače se liší hlavně provedením špiček, které jsou přizpůsobené pro různé technické aplikace, jako je například měření kroužků ložisek, vnitřních prostorů válců motorů, zubů ozubených kol, apod.

6.4.3 Magnetostrikční metoda

Jev magnetostrikce, tj. změna rozměrů těles z feromagnetických látek vlivem magnetického pole, je znám již dlouhou dobu. Magnetostrikce je kladná nebo záporná podle toho, zda se těleso ve směru působení magnetického pole prodlužuje nebo zkracuje.

Existuje také reciproký jev – magnetoelastická, kdy magnetické vlastnosti (magnetizace a permeabilita) feromagnetických látek se mění s mechanickým namáháním. U látek s kladnou magnetostrikcí se zvětšují, se zápornou zmenšují.

Při deformaci (a tedy i namáhání) feromagnetické části potom můžeme pozorovat změny

- permeability,
- směru magnetického toku,
- remanentní indukce projevující se změnou tvaru magnetizační křivky

a) Magnetický snímač tvaru U

V magneticky anizotropním prostředí (vyvolaném namáháním tělesa) není permeabilita materiálovou konstantou, ale symetrickým tenzorem 2. řádu. Pro vyšetřování směrové permeability je používán příložný snímač tvaru U se dvěma cívkami – budicí (magnetizační) a měřicí. Magnetický obvod snímače se uzavírá přes měřené těleso. Budicí vinutí je napájeno střídavým napětím. Snímač detekuje permeabilitu především ve směru osy snímače, částečně též ve směru kolmém ke své ose (to lze výrazně omezit úpravou jádra cívky). Je však třeba přihlídnout k tomu, že závislost změn permeability na mechanickém napětí není lineární. Vedle makroskopických napětí mají vliv na permeabilitu též mikroskopická napětí a textury.

b) Snímač magnetické anizotropie

Magnetický obvod snímače se rovněž skládá ze dvou částí - z části budicí (opatřené budícím vinutím) a části měřicí (s cívkou a měřicím vinutím). Oba magnetické obvody snímače mají tvar U a jsou na sebe kolmé, přičemž konce pólových nástavců jsou v jedné rovině. Tato rovina je vzdálena od povrchu měřeného tělesa o definovanou hodnotu a je stavitelná. Budicí vinutí je napájeno střídavým proudem. V sekundárním vinutí (měřicím) se v případě, že na měřenou část nepůsobí žádné mechanické napětí a je homogenní (magnetický můstek je vyvážen), nebude indukovat žádné napětí.

Při působení mechanického napětí se změní permeabilita materiálu měřené části a magnetické siločáry budicího obvodu se zdeformují. Velikost magnetických odporů sousedních ramen magnetického můstku se změní (magnetický můstek se rozváží) a v měřicím magnetickém odporu bude působit střídavý magnetický tok. V jeho cívkách se bude indukovat elektromotorické napětí, jehož velikost závisí na působícím mechanickém napětí. Budicí magnetický tok, který se uzavírá měřenou částí, vniká do určité hloubky do feromagnetika. Při použití průmyslového kmitočtu (50 Hz) je ekvivalentní hloubka vniku kolem 1 až 2 mm, při 5 kHz je to 0,1 až 0,2 mm. Obecně lze říci, že snímač měří střední hodnotu mechanického napětí do určité hloubky feromagnetika.

Při vlastním měření rovinné napjatosti se nejprve otáčením snímače magnetické anizotropie určí směry hlavních zbytkových napětí (indukované napětí dosahuje svého maxima a minima). Potom se magnetickým snímačem tvaru U stanoví v těchto hlavních směrech příslušná permeabilita a následně pomocí kalibračních křivek i velikosti hlavních napětí (to však pouze v případě, kdy jsou obě hlavní napětí tlaková – jinak lze stanovit pouze jejich rozdíl).

Pokud se týče přesnosti metody, pak se uvádí se, že v případě jednoosé napjatosti v nízkouhlíkové oceli je chyba do ± 5 MPa – ovšem při nízkých hodnotách zbytkových napětí. Při vysokých zbytkových napětích však chyba výrazně vzrůstá (v blízkosti saturevaného stavu). Výrazného zvýšení přesnosti lze dosáhnout při získání kalibračních křivek na vzorku ze stejného materiálu jako je materiál vyšetřovaného tělesa – to je ovšem v praxi zřídkakdy možné.

6.5 Ultrazvukové (akustoelastické) metody

Tyto metody jsou založeny na přibližně lineární změně rychlosti šíření zvuku v kovech v závislosti na namáhání. Tento jev bývá nazýván akustoelastickým jevem. Při měření namáhání s využitím tohoto jevu jsou užívány tři druhy vln:

1. podélné vlny, kdy se body kontinua pohybují ve směru šíření vlnění. Používají se k určení celkových napětí, tj. průměrných napětí po tloušťce vyšetřované části v daném místě. Rychlost podélných vln je úměrná součtu hlavních napětí.
2. příčné vlny, kdy se body kontinua pohybují kolmo ke směru šíření vlnění. Jsou rovněž používány pro měření celkových napětí. Rozdíl rychlostí dvou příčných vln polarizovaných kolmo na směr šíření je úměrný rozdílu hlavních napětí (akustický dvojlom podobný dvojlomu ve fotoelasticimetrii). Příslušné závislosti se pro daný materiál určují kalibrací a to nejčastěji na tažených vzorcích.
3. Rayleighovy vlny (nebo povrchové akustické vlny) procházejí po povrchu a těsně pod povrchem součásti. Zasahují do hloubky rovné přibližně vlnové délce, což je přibližně 1 mm při frekvenci 3 MHz u oceli, hliníku a jejich slitin. Tento typ vln je kombinací příčných a podélných vln. Protože Rayleighovy vlny mají omezenou hloubku pronikání pod povrch, která může být řízena změnou frekvence vlnění, mohou být vhodné pro vyšetřování změny zbytkových napětí s hloubkou pod povrchem. Naopak objemové vlny, procházející oblastí s gradientem zbytkových napětí, poskytují průměrnou hodnotu napětí. Proto v případě objemových vln procházejících přes tloušťku ohýbaného prutu, kde jsou stejná napětí v tažené a tlačené oblasti, nebude pozorována žádná změna jejich rychlosti.

Použití akustoelastických technik pro stanovení namáhání (a tedy i zatížení) součástí přináší všeobecně dobré výsledky. Tak např. dobré zkušenosti jsou se zjišťováním namáhání šroubů. Naproti tomu vyšetřování zbytkových napětí poskytuje výsledky smíšené kvality. Je to způsobeno tím, že rychlost šíření vlnění je ovlivňována též dalšími faktory, jako jsou tvrdost, krystalická textura, hustota dislokací, složení, přítomnost různých fází. Jejich vliv může v některých případech přesáhnout vliv zbytkového napětí. Řada technologických procesů, které způsobují vznik zbytkových napětí (jako jsou např. indukční kalení, kuličkování nebo svařování), vyvolávají rovněž uvedené materiálové změny, takže je potom velmi obtížné separovat vlivy samotných zbytkových napětí. V některých případech, kdy byly účinky rušivých vlivů malé, byly zjištěny nezkreslené hodnoty zbytkových napětí. K tomu, aby se tato metoda rozšířila do používání v průmyslové praxi, je ještě třeba dalšího vývoje. Po překonání souvisejících problémů bude možno využít výhod této metody, kterými jsou její

nedestruktivní charakter, vysoká rychlost zpracování dat, přenosnost a rozumná cena zařízení, možnost automatizace měření a vyhodnocování.

6.6 Porovnání metod

V předchozích kapitolách bylo stručně pojednáno o různých metodách měření zbytkových napětí používaných jak v laboratořích, tak v provozních podmínkách. Pro snadnější orientaci při volbě vhodné metody pro řešení specifických problémů zde nyní přehledně uvedeme jejich charakteristické vlastnosti a možnosti. Neexistuje totiž nějaká jediná univerzální metoda, která by byla schopna úspěšně řešit jakýkoliv problém. Žádoucího výsledku dosáhneme většinou kombinací různých prostředků, které máme k dispozici.

Při vzájemném porovnání metod budou sledována následující hlediska:

1. charakter materiálu - krystalická struktura, textura, chemické složení, fáze;
2. druh zbytkového napětí – makroskopické, mikroskopické;
3. gradient zbytkového napětí – s hloubkou pod povrchem nebo po povrchu;
4. geometrie součásti a příslušné vyšetřované oblasti (velikost, hloubka, tvar povrchu);
5. podmínky měření – laboratorní, provozní;
6. charakter metody – destruktivní, polodestruktivní, nedestruktivní;
7. přesnost a reprodukovatelnost metody;

Obecně je možno říci, že mechanické metody (odvrtávací metoda, metody odstraňování vrstev materiálu, dělicí metody), charakterizované jistým narušením celistvosti součásti, mohou být použity pro vyšetřování makroskopických zbytkových napětí. Odvrtávací metoda přitom umožňuje (s využitím kalibrace metodou konečných prvků) získat rozložení zbytkových napětí po celé tloušťce součásti a to pro tloušťky od 0,1 mm do 30 mm. Obdobně – díky použití metody konečných prvků – lze pomocí dělicí metody vyhodnotit i stav prostorové zbytkové napjatosti.

Realizace provozních měření zůstává na rentgenografické, ultrazvukové a magnetické metodě. Tyto metody jsou však velmi citlivé na stav mikrostruktury – na velikost zrna, zpevnění a přítomnost textury. U rentgenografické metody bylo v poslední době dosaženo jistého dalšího pokroku ve způsobu zpracování naměřených dat vedoucího k omezení vlivu některých problémů. Pokud se týče ultrazvukových a magnetických metod, pak – i přes přesnou kalibraci před vlastním měřením – zůstávají tyto metody pouze polokvantitativními a jsou vhodné především pro porovnávací měření.

Toto omezení souvisí především s otázkou rozlišení vlivů mikrostrukturních faktorů od vlivů zbytkových napětí na parametr charakteristický pro příslušnou metodu (rychlost šíření zvuku, Barkhausenův šum, magnetická permeabilita atp.). V řadě případů je totiž vznik zbytkových napětí doprovázen též mikrostrukturálními změnami. Je proto třeba pro každý stav nové mikrostruktury nebo nových výrobních podmínek se novou kalibrací přesvědčit o vhodnosti dané metody pro požadované účely. Budoucnost těchto metod se jeví nadějná, neboť jsou jedinými nedestruktivními metodami schopnými určit rozložení zbytkových napětí po tloušťce materiálu v provozních podmínkách, s přijatelnou rychlostí a za poměrně nízkých nákladů. I když jsou však v dnešní době s rentgenografickou metodou největší zkušenosti, přesto neumožňuje zjišťování zbytkových napětí v průběhu celé tloušťky součásti, ale pouze v jednotlivých – odstraňovaných – vrstvách.

Metoda	odvrtávací	průhybová	dělicí	rentgenografická	ultrazvuková	magnetická
Základní předpoklad	rovinná homogenní napjatost na povrchu	rovinná homog. Napjatost na hranolu	prostorový stav napjatosti	izotropní homog. materiál, polykrystalický, jemnozrný	izotropní homog. materiál, homog. napjatost	ferromagnetický materiál
Druh analyzované zbytkové napjatosti	I. druhu	I. druhu	I. druhu	I. a II. nebo III. druhu	I.+II.+III.druhu	I.+II.+III. druhu
Měřený parametr	povrchové přetvoření nebo deformace	přetvoření nebo průhyb	povrchové přetvoření nebo deformace	změna meziatomových vzdáleností polykryst. mater.	změna rychlosti ultrazvukových vln	amplituda Barkhausenova šumu nebo magnetická permeabilita
Minimální velikost vyšetřované oblasti	0,5 mm ²	1000 mm ² při měření průhybu, 100 mm ² při užití odporových tenz.	100 mm ²	0,5 mm ²	0,1 mm ² při velmi vysokých frekv., 30 mm ² obvykle	1 mm ² (Barkhaus. šum), 100 mm ² (magnet. permeabilita)
Minimální analyzovaná hloubka	20 μm	20 μm	1 – 2 mm	několik μm – několik desítek μm	15 – 300 μm	100 μm
Obvyklá nejistota měření [MPa]	± 20	± 30	± 10	± 20	± (10 – 20)	± (10 – 20)
Možná hloubka vyšetřování	(0,02 – 15) mm	(0,1 – 3) mm	libovolné hloubky nad 1 mm	(1 – 50) μm pro nedestrukt. měření, (2 – 50) mm pro destruk. Měření	(0,015 – 3) mm pro povrchové vlny	(0,1 – 1) mm
Problémy s hrubozrností a texturou	ne	ne	ne	ano	ano	ano

6.7 Literatura

- [1] ASTM E 837 – Standard Test Method for Determining Residual Stresses by the Hole-Drilling Strain-Gage Method
- [2] Barrett, Ch.S.: Struktura kovů. NČSAV Praha 1959
- [3] Birger, N.A.: Ostatočnyje naprjaženija. Mašgiz Moskva 1963
- [4] Ganev, N. – Kraus, I. - Holý, S.: Inovace výuky experimentální analýzy zbytkových napětí. Grant FR VŠ 833/999. (<http://mechanika.fs.cvut.cz/studium/literatura>)
- [5] Kraus, I. – Ganev, N.: Difrakční analýza mechanických napětí. Skriptum ČVUT Praha 1995
- [6] Kraus, I.: Pojem zbytkových napětí v kovových polykrystalických materiálech. Strojírnoství, 31, 1981, č.12, 702-705
- [7] Lu, J. (Editor): Handbook of Measurement of Residual Stresses. The Fairmont Press Lilburn 1996
- [8] Obraz, J.: Zkoušení materiálu ultrazvukem. SNTL Praha 1989
- [9] Peiter, A.: Eigenspannungen I. Art (Ermittlung und Bewertung). M. Tritsch Düsseldorf 1966
- [10] Schajer, G. S.: Application of Finite Element Calculations to Residual Stress Measurements. Transactions of the ASME, ser. H – Journal of Engineering Materials and Technology, Vol. 103, No. 2, pp. 157-163, 1981
- [11] Schajer, G. S.: Measurement of Non-Uniform Residual Stresses Using the Hole-Drilling method Part I - Stress Calculation Procedures Transactions of the ASME, ser. H – Journal of Engineering Materials and Technology, Vol. 110, No.4, pp. 338-343, October 1988
- [12] Schajer, G. S.: Measurement of Non-Uniform Residual-Stresses Using The Hole-Drilling Method .Part II - Practical Application of the Integral Method Transactions of the ASME, ser. H -Journal of Engineering Materials and Technology, Vol. 110, No.4, pp. 344-349, October 1988
- [13] TN-503-5 Measurement of Residual Stresses by the Hole-Drilling Strain Gage Method. Vishay – Measurements Group
- [14] Withers, P.J. – Bhadeshia, H.K.D.H. : Residual stress – Part 1 – Measurement techniques. Materials Science and Technology, 17, 2001, April, 355-365